PERBANDINGAN TINGKAT AKURASI REGRESI NONPARAMETRIK SPLINE DAN REGRESI NONPARAMETRIK KERNEL PADA PERTUMBUHAN BALITA DI KOTA SURAKARTA

Febriani Astuti, Kartiko, Sri Sulistijowati Handajani
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Sebelas Maret

Abstrak. Pola pertumbuhan balita memiliki bentuk yang tidak teratur sehingga apabila diestimasi menggunakan regresi nonparametrik hasilnya lebih akurat. Pendekatan untuk mengestimasi kurva regresi nonparametrik diantaranya dengan menggunakan regresi nonparametrik spline dan regresi nonparametrik kernel. Regresi nonparametrik spline dapat mengatasi data dengan pola yang tidak teratur, sedangkan regresi nonparametrik kernel memiliki bentuk yang fleksibel dan mudah dalam perhitungan matematisnya. Tujuan dari penelitian ini adalah membandingkan tingkat akurasi dari kedua model regresi yang diterapkan pada data pertumbuhan balita di Kota Surakarta. Berdasarkan nilai MSE, MAE, $MAPE$, dan R^2, dapat disimpulkan bahwa model regresi nonparametrik kernel lebih baik digunakan daripada model regresi nonparametrik spline.
Kata Kunci : *pertumbuhan balita, tingkat akurasi, regresi nonparametrik spline, regresi nonparametrik kernel.*

1. Pendahuluan

Kota Surakarta merupakan salah satu kota pelaksana uji coba program pengembangan Kota Layak Anak (KLA) yang dicanangkan oleh Kementrian Negara Pemberdayaan Perempuan tahun 2006. Sejak tahun tersebut, kota Surakarta dinilai mampu menciptakan lingkungan kondusif untuk anak sehingga anak dapat tumbuh dan berkembang secara optimal. Tumbuh kembang yang baik pada masa anak-anak diawali dari tumbuh kembang yang baik pada masa balita.

Pertumbuhan balita merupakan suatu hal yang perlu mendapatkan perhatian lebih, karena masa balita merupakan masa dengan pertumbuhan yang sangat pesat dan kritis. Masa balita berlangsung dari umur 0 sampai 60 bulan yang biasa dikenal dengan masa keemasan anak atau *golden age*. Soetjiningsih [9] menjelaskan salah satu cara untuk memantau pertumbuhan balita adalah dengan mengukur berat badan balita berdasarkan umur. Secara umum pola pertumbuhan balita memiliki perubahan pada umur-umur tertentu sehingga apabila diestimasi menggunakan regresi nonparametrik hasilnya lebih akurat. Regresi nonparametrik adalah salah satu metode statistika yang digunakan untuk mengetahui bentuk hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor yang bentuk fungsinya tidak diketahui dan tidak terikat asumsi distribusi tertentu. Pada data pertumbuhan balita, variabel respon yang digunakan berupa berat badan balita dan variabel prediktornya berupa umur balita.

Regresi nonparametrik spline dan regresi nonparametrik kernel merupakan pendekatan untuk mengestimasi kurva regresi nonparametrik. Regresi nonparametrik spline dapat mengatasi data dengan pola yang tidak teratur dengan menggunakan bantuan titik-titik knot. Titik knot merupakan titik yang menunjukkan perubahan perilaku kurva pada selang yang berbeda dalam regresi spline. Titik knot optimal diperoleh dari nilai *Generalized Cross Validation* (GCV) minimum.

Model regresi spline dibentuk dari titik-titik knot optimal yang dihasilkan. Regresi nonparametrik kernel memiliki bentuk yang fleksibel dan mudah dalam perhitungan matematisnya. Hardle [4] menyebutkan bahwa model regresi kernel merupakan model regresi nonparametrik yang paling sederhana. Terdapat beberapa jenis fungsi kernel, tetapi fungsi kernel yang biasa digunakan adalah fungsi kernel Gaussian.

Pemilihan model regresi nonparametrik yang baik digunakan untuk suatu data dilihat dari tingkat akurasi yang dihasilkan. Aydin [1] menyatakan bahwa kriteria yang digunakan untuk membandingkan keakuratan model regresi spline dan model regresi kernel adalah $Mean\ Square\ Error$ (MSE), $Mean\ Absolute\ Error$ (MAE) dan $Mean\ Absolute\ Percentage\ Error$ ($MAPE$). Ketiga kriteria tersebut digunakan untuk mengetahui seberapa dekat nilai taksiran mendekati data asli. Model regresi nonparametrik yang baik dipilih dari model dengan MSE, MAE, dan $MAPE$ kecil. Kriteria lain yang digunakan adalah R^2 atau koefisien determinasi yang bertujuan untuk mengukur proporsi keragaman total dari nilai observasi Y di sekitar rataannya diterangkan oleh garis regresinya atau variabel prediktor yang digunakan. Menurut Sembiring [7] nilai R^2 berkisar antara 0 dan 1, semakin mendekati 1 berarti model regresi nonparametrik yang digunakan semakin baik.

2. Metodologi Penelitian

2.1. Sumber Data dan Variabel Penelitian.

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang berasal dari Dinas Kesehatan Kota Surakarta tentang umur dan berat badan balita yang diambil dari 13 posyandu yang tersebar di 5 kecamatan di Kota Surakarta pada penimbangan balita bulan Januari hingga Maret 2015. Variabel yang digunakan adalah variabel respon yang berupa berat badan balita yang diukur dengan satuan kilogram dan variabel prediktor yang berupa umur balita yang diukur dengan satuan bulan sebanyak 194 balita laki-laki dan 193 balita perempuan.

2.2. Langkah Penelitian.

(1) Memodelkan pertumbuhan balita menggunakan model regresi spline yaitu
   (a) membuat *scatter plot* antara umur balita dan berat badan balita untuk mengetahui hubungan antara kedua variabel,
   (b) memilih nilai titik knot yang paling optimal orde 2 dengan cara meminimumkan nilai GCV,
   (c) memilih nilai titik knot yang paling optimal orde 3 dengan cara meminimumkan nilai GCV,
   (d) memilih nilai titik knot yang paling optimal orde 4 dengan cara meminimumkan nilai GCV,
   (e) dari ketiga orde tersebut, dipilih nilai GCV minimum,
   (f) memodelkan nilai titik knot optimal dari orde 2, 3 dan 4 berdasarkan nilai GCV yang minimum,
   (g) menghitung MSE, MAE, $MAPE$, dan R^2 dari model regresi spline.
(2) Memodelkan pertumbuhan balita menggunakan model regresi kernel yaitu
   (a) menentukan *bandwidth* yang optimal dengan meminimumkan MSE,

(b) memilih fungsi kernel yang yang memiliki kurva yang hampir sama dengan pola data aslinya,
(c) mengestimasi fungsi regresi dengan estimator kernel,
(d) menghitung MSE, MAE, $MAPE$, dan R^2 dari model regresi kernel.

(3) Membandingkan MSE, MAE, $MAPE$, dan R^2 dari model regresi spline dan regresi kernel.
(4) Memilih model regresi yang memiliki MSE, MAE, dan $MAPE$ terkecil, serta R^2 mendekati 1.

3. Pembahasan

3.1. Model Regresi Nonparametrik.

Menurut Eubank [3] regresi nonparametrik merupakan pendekatan untuk pola data yang tidak diketahui bentuk kurva regresinya atau tidak terdapat informasi masa lalu yang lengkap mengenai bentuk pola data. Wand [12] mendefinisikan bentuk umum dari regresi nonparametrik adalah

$$y_i = m(x_i) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \ldots, n$$

dengan y_i adalah variabel respon, $m(x_i)$ adalah fungsi regresi, x_i adalah variabel prediktor dan ε_i adalah sesatan berdistribusi normal dengan mean nol dan variansi σ^2.

Bentuk kurva dalam regresi nonparametrik lebih fleksibel dibandingkan dengan model regresi paramaterik dan model tidak membutuhkan asumsi distribusi data. Model regresi nonparametrik yang biasa digunakan adalah model regresi spline dan kernel. Regresi spline dapat mengatasi data dengan pola yang tidak teratur dan regresi kernel memiliki bentuk yang fleksibel serta mudah dalam perhitungan matematisnya.

Tingkat akurasi yang digunakan untuk membandingkan kedua model regresi nonparametrik adalah

(1) $MSE = \frac{1}{n}\Sigma_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$
(2) $MAE = \frac{1}{n}\Sigma_{i=1}^{n} \mid y_i - \hat{y}_i \mid$
(3) $MAPE = \frac{1}{n}\Sigma_{i=1}^{n}\frac{|y_i - \hat{y}_i|}{|y_i|}(100\%)$
(4) $R^2 = \frac{\Sigma_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\Sigma_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$.

Menurut Henke dan Wichern [5] *MSE* digunakan untuk mengukur ketepatan model regresi dengan menghitung rata-rata kuadrat dari sesatan, *MAE* digunakan untuk mengukur keakuratan model regresi yang dinyatakan dalam bentuk rata-rata *absolute* sesatan, sedangkan *MAPE* memberikan petunjuk seberapa besar kesalahan taksiran terhadap nilai sebenarnya. Keakuratan model regresi nonparametrik dilihat dari kecilnya nilai *MSE*, *MAE*, dan *MAPE* yang dihasilkan. Jika nilai *MSE*, *MAE*, dan *MAPE* kecil maka nilai taksiran dari model regresi nonparametrk mendekati nilai sebenarnya. Kriteria lain yang digunakan adalah R^2 atau koefisien determinasi. Menurut Sembiring [7] nilai R^2 berkisar antara 0 dan 1, semakin mendekati 1 berarti model regresi nonparametrik yang digunakan semakin baik.

3.2. **Model Regresi Spline.**

Regresi spline adalah suatu pendekatan ke arah pencocokan data dengan memperhitungkan kemulusan kurva (Suparti [10]). Spline merupakan potongan polinomial tersegmen yang kontinu, sehingga memiliki kemampuan untuk menyesuaikan diri lebih efektif terhadap pola data yang naik atau turun secara tajam dengan bantuan titik-titik knot. Titik knot merupakan titik yang menunjukkan perubahan perilaku kurva pada selang yang berbeda dalam regresi spline. Titik knot disimbolkan dengan λ. Menurut Budiantara [2] bentuk dari kurva regresi spline sangat dipengaruhi oleh λ. Nilai λ yang sangat besar akan menghasilkan bentuk kurva regresi yang sangat halus, sedangkan nilai λ yang sangat kecil akan menghasilkan bentuk kurva regresi yang sangat kasar (Wahba [11]). Titik knot optimal diperoleh dari nilai GCV mininum, dengan rumus GCV adalah $GCV(\lambda) = 1/n\frac{\Sigma_{i=1}^{n}(y_i - f_\lambda(x_i))^2}{(1-1/nTr(H_\lambda))^2}$.

Wu dan Zang [14] mendefinisikan fungsi spline berorde m dengan titik knot $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ sebagai berikut

$$f(x) = \Sigma_{i=0}^{m-1}\beta_i x^i + \Sigma_{j=1}^{k}\beta_{j+m-1}(x-\lambda_j)_+^{m-1}$$

dengan

$$x - \lambda_{j+}^{m-1} = \begin{cases} x - \lambda_j^{m-1}, & x \geq \lambda_j; \\ 0, & x < \lambda_j \end{cases}$$

dan $a < \lambda_1 < \lambda_2 < \ldots < \lambda_k < b$, dengan a adalah nilai minimum dari variabel x dan b adalah nilai maksimum dari variabel x. Jadi bentuk umum model regresi spline orde m sejumlah k titik knot dengan satu variabel x disajikan dengan persamaan sebagai berikut

$$f(x) = y = \Sigma_{i=0}^{m-1}\beta_i x^i + \Sigma_{j=1}^{k}\beta_{j+m-1}(x-\lambda_j)_+^{m-1} + \varepsilon. \tag{3.1}$$

Persamaan (3.1) dapat ditulis ke dalam bentuk matriks

$$Y = X_1\delta_1 + X_2\delta_2 + \varepsilon$$

atau

$$Y = X\beta + \varepsilon \tag{3.2}$$

dengan $X = \begin{pmatrix} X_1 & X_2 \end{pmatrix}$ dan $\beta = \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{pmatrix}$.

Dari model regresi spline pada persamaan (3.2) diperoleh estimator parameter β menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT) yaitu $\hat{\beta} = (X^TX)^{-1}X^TY$.

Jika terdapat λ optimal dari $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ maka estimasi parameter β pada kurva mulus $f(x)$ adalah $b_\lambda = (X_\lambda^TX_\lambda)^{-1}X_\lambda^TY$, dengan $\hat{\beta} = b_\lambda$ dan $\hat{f}_\lambda(x) = X_\lambda b_\lambda = X_\lambda(X_\lambda^TX_\lambda)^{-1}X_\lambda^TY$.

3.3. **Model Regresi Spline Pertumbuhan Balita Laki-laki.**

Estimasi model regresi spline dipengaruhi oleh GCV minimum. Pemilihan GCV minimum dipengaruhi oleh pemilihan orde dan titik knot optimal. Penentuan titik knot optimal pada estimasi model regresi spline pertumbuhan balita perempuan dimulai dari 1 titik knot hingga 4 titik knot dengan orde 2 sampai orde 4. Berdasarkan *output software*, diperoleh nilai GCV minimum sebesar 0.2153234, terletak di orde 2 dengan 3 titik knot, yaitu 4.01, 23.91, dan 28.01. Setelah diperoleh titik knot optimal dengan GCV minimum, selanjutnya estimasi model regresi spline untuk data pertumbuhan balita laki-laki sebagai berikut

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x + \hat{\beta}_2 (x - 4.01)^1_+ + \hat{\beta}_3 (x - 23.91)^1_+ + \hat{\beta}_4 (x - 28.01)^1_+.$$

Setelah dilakukan estimasi parameter, model regresi spline antara umur balita dengan berat badan balita laki-laki di Kota Surakarta adalah

$$\hat{y} = 3.638577 + 0.8986932x - 0.6685014(x - 4.01)^1_+ - 0.3020542(x - 23.91)^1_+ + 0.2901285(x - 28.01)^1_+.$$

Model regresi spline tersebut dapat dinyatakan dengan bentuk lain, yaitu

$$\hat{y} = \begin{cases} 3.638577+0.8986932\text{x}, & x < 4.01; \\ 6.319267614+0.2301918\text{x}, & 4.01 \leq x < 23.91; \\ 13.541383536\text{-}0.0718624\text{x}, & 23.91 \leq x < 28.01; \\ 5.414884251+0.2182661\text{x}, & x \geq 28.01. \end{cases}$$

Dari model yang tersegmen tersebut, dapat diketahui bahwa model yang telah terbentuk terdiri atas 4 model tersegmen yang memiliki bentuk linear. Model spline untuk berat badan balita laki-laki di Kota Surakarta sebelum umur 4.01 bulan adalah $3.638577 + 0.8986932x$ sedangkan pada usia antara 4.01 sampai dengan sebelum 23.91 bulan adalah $6.319267614 + 0.2301918x$. Pada usia antara 23.91 sampai dengan sebelum 28.01 bulan adalah $13.541383536 - 0.0718624x$ sedangkan model spline untuk berat badan balita laki-laki pada usia lebih dari 28.01 bulan adalah $5.414884251 + 0.2182661x$.

Berdasarkan hasil perhitungan diperoleh nilai MSE sebesar 0.1976739, MAE sebesar 0.291833, $MAPE$ sebesar 0.0246545 dan R^2 sebesar 0.9865.

3.4. Model Regresi Spline Pertumbuhan Balita Perempuan.

Hasil dari *output software* diperoleh nilai GCV minimum sebesar 0.1939767, terletak di orde 2 dengan 3 titik knot, yaitu 5.53, 48.09, dan 53.97. Setelah diperoleh titik knot optimal dengan GCV minimum, selanjutnya dapat ditentukan estimasi model regresi spline untuk data pertumbuhan balita perempuan sebagai berikut

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x + \hat{\beta}_2 (x - 5.53)^1_+ + \hat{\beta}_3 (x - 48.09)^1_+ + \hat{\beta}_4 (x - 53.97)^1_+.$$

Setelah dilakukan estimasi parameter, model regresi spline antara umur balita dengan berat badan balita perempuan di Kota Surakarta adalah

$$\hat{y} = 3.091818 + 0.8242235x - 0.6560098(x - 5.53)^1_+ - 0.203139(x - 48.09)^1_+ + 0.6276737(x - 53.97)^1_+.$$

Model regresi spline tersebut dapat dinyatakan dengan bentuk lain, yaitu

$$\hat{y} = \begin{cases} 3.091818+0.8242235\text{x}, & x < 5.53; \\ 6.719552194+0.1682137\text{x}, & 5.53 \leq x < 48.09; \\ \text{-}3.049402316+0.3713527\text{x}, & 48.09 \leq x < 53.97; \\ 30.826147273\text{-}0.256321\text{x}, & x \geq 53.97. \end{cases}$$

Berdasarkan model yang tersegmen tersebut, dapat diketahui bahwa model yang telah terbentuk terdiri atas 4 model tersegmen yang memiliki bentuk linear. Model spline untuk berat badan balita perempuan di Kota Surakarta sebelum umur 5.53 bulan adalah $3.091818 + 0.8242235x$ sedangkan pada usia antara 5.53 sampai dengan sebelum 48.09 bulan adalah $6.719552194 + 0.1682137x$. Pada usia antara

48.09 sampai dengan sebelum 53.97 bulan adalah $-3.049402316 + 0.3713527x$ sedangkan model spline untuk berat badan balita perempuan pada usia lebih dari 53.97 bulan adalah $30.826147273 - 0.256321x$.

Berdasarkan hasil perhitungan diperoleh MSE sebesar 0.178077, MAE sebesar 0.3245905, $MAPE$ sebesar 0.0292396 dan R^2 sebesar 0.9859.

3.5. Model Regresi Kernel.

Menurut Hardle [4] Model regresi kernel merupakan model regresi nonparametrik paling sederhana. Estimasi model regresi kernel menggunakan fungsi kernel Gaussian. Nadaraya [6] dan Watson [13] mendefinisikan bentuk umum dari estimasi kernel pada titik x_i adalah sebagai berikut

$$\hat{m}_h(x) = \frac{1/n\sum_{i=1}^{n} K_h(x-X_i)Y_i}{1/n\sum_{i=1}^{n} K_h(x-X_i)}.$$

Selanjutnya estimasi kernel di atas dinamakan estimasi Nadaraya-Watson dengan bentuk fungsi kernel Gaussian sebagai berikut

$$K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{1}{2}x^2).$$

Fungsi kernel Gaussian dipilih karena memiliki bentuk yang sederhana. Setelah penentuan fungsi kernel, selanjutnya menentukan *bandwidth* yang optimum untuk menghasilkan fungsi kernel yang sesuai. Menurut Silverman [8] permasalahan utama dalam regresi kernel bukan terletak pada pemilihan fungsi kernel tetapi pada pemilihan *bandwidht*. Nilai ekspektasi bersyarat Y terhadap X dinyatakan dengan $E(Y|X = x) = m(x_i)$ tidak dapat diwujudkan, tetapi dapat dihitung dengan nilai $\hat{y}$. Estimasi Nadaraya-Watson yang dihasilkan dengan menggunakan fungsi kernel Gaussian adalah sebagai berikut

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(\frac{x-X_i}{h})^2}{2\sigma^2})y_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(\frac{x-X_i}{h})^2}{2\sigma^2})}.$$

3.6. Model Regresi Kernel Pertumbuhan Balita Laki-laki.

Model regresi kernel untuk data pertumbuhan balita laki-laki di Kota Surakarta menggunakan estimasi Nadaraya Watson dan fungsi kernel Gausian dengan *bandwidth* optimum. Berdasarkan *output software*, diperoleh *bandwidth* optimum sebesar 1.313143 dan standar deviasi sebesar 17.75293 sehingga estimasi model regresi kernel yang dihasilkan adalah

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(17.75293)\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(\frac{x-X_i}{1.313143})^2}{2(17.75293)^2})y_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(17.75293)\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(\frac{x-X_i}{1.313143})^2}{2(17.75293)^2})}.$$

Berdasarkan hasil perhitungan diperoleh nilai MSE sebesar 0.0664705, MAE sebesar 0.1968329, $MAPE$ sebesar 0.0163925 dan R^2 sebesar 0.9950.

3.7. Model Regresi Kernel Pertumbuhan Balita Perempuan.

Model regresi kernel untuk data pertumbuhan balita perempuan di Kota Surakarta menggunakan estimasi Nadaraya Watson dan fungsi kernel Gausian dengan *bandwidth* optimum. Berdasarkan *output software*, diperoleh *bandwidth* optimum sebesar 1.751504 dan standar deviasi sebesar 17.75293 sehingga estimasi model regresi kernel yang dihasilkan adalah

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(17.75293)\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(\frac{x-X_i}{1.751504})^2}{2(17.75293)^2})y_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(17.75293)\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(\frac{x-X_i}{1.751504})^2}{2(17.75293)^2})}.$$

Berdasarkan hasil perhitungan diperoleh MSE sebesar 0.1115668, MAE sebesar 0.2500165, $MAPE$ sebesar 0.0218417 dan R^2 sebesar 0.9904.

3.8. **Perbandingan Tingkat Akurasi Regresi Spline dan Regresi Kernel.** Perbandingan tingkat akurasi yang meliputi MSE, MAE, $MAPE$ dan R^2 dari kedua model regresi nonparametrik pada balita laki-laki di Kota Surakarta ditunjukkan pada Tabel 1 dan balita perempuan ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 1. Perbandingan Tingkat Akurasi Kedua Regresi untuk Balita Laki-laki

Kriteria	Regresi Spline	Regresi Kernel
MSE	0.1976739	0.0664705
MAE	0.291833	0.1968329
$MAPE$	0.0246545	0.0163925
R^2	0.9865	0.9950

Dari kriteria MSE, MAE, $MAPE$ dan R^2 yang disajikan pada Tabel 1, model regresi kernel menghasilkan MSE, MAE, $MAPE$ lebih kecil daripada model regresi spline yaitu MSE sebesar 0.0664705, MAE sebesar 0.1968329 dan $MAPE$ sebesar 0.0163925 dengan R^2 lebih besar dari regresi spline yaitu sebesar 0.9950 sehingga dapat disimpulkan bahwa model regresi kernel lebih baik digunakan untuk data pertumbuhan balita laki-laki di Kota Surakarta.

Tabel 2. Perbandingan Tingkat Akurasi Kedua Regresi untuk Balita Perempuan

Kriteria	Regresi Spline	Regresi Kernel
MSE	0.178077	0.1115668
MAE	0.3245905	0.2500165
$MAPE$	0.0292396	0.0218417
R^2	0.9859	0.9904

Dari kriteria MSE, MAE, $MAPE$ dan R^2 yang disajikan pada Tabel 2, model regresi kernel menghasilkan MSE, MAE, $MAPE$ lebih kecil daripada model regresi spline yaitu MSE sebesar 0.1115668, MAE sebesar 0.2500165 dan $MAPE$ sebesar 0.0218417 dengan R^2 lebih besar dari regresi spline yaitu sebesar 0.9904 sehingga dapat disimpulkan bahwa model regresi kernel lebih baik digunakan untuk data pertumbuhan balita perempuan di Kota Surakarta.

4. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

(1) Model regresi spline untuk pertumbuhan balita laki-laki

$$\hat{y} = 3.638577 + 0.8986932x - 0.6685014(x - 4.01)_+^1 - 0.3020542(x - 23.91)_+^1 + 0.2901285(x - 28.01)_+^1.$$

(2) Model regresi spline untuk pertumbuhan balita perempuan

$$\hat{y} = 3.091818 + 0.8242235x - 0.6560098(x - 5.53)^1_+ - 0.203139(x - 48.09)^1_+ + 0.6276737(x - 53.97)^1_+.$$

(3) Model regresi kernel untuk pertumbuhan balita laki-laki

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(17.75293)\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{(\frac{x-X_i}{1.313143})^2}{2(17.75293)^2}) y_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(17.75293)\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{(\frac{x-X_i}{1.313143})^2}{2(17.75293)^2})}.$$

(4) Model regresi kernel untuk pertumbuhan balita perempuan

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(17.75293)\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{(\frac{x-X_i}{1.751504})^2}{2(17.75293)^2}) y_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(17.75293)\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{(\frac{x-X_i}{1.751504})^2}{2(17.75293)^2})}.$$

(5) Dari perbandingan nilai MSE, MAE, $MAPE$ dan R^2, dapat disimpulkan bahwa model regresi kernel lebih baik digunakan untuk data pertumbuhan balita laki-laki di Kota Surakarta.

(6) Dari perbandingan nilai MSE, MAE, $MAPE$ dan R^2 , dapat disimpulkan bahwa model regresi kernel lebih baik digunakan untuk data pertumbuhan balita perempuan di Kota Surakarta.

Daftar Pustaka

1. Aydin, D., *A Comparison of the Nonparametric Regression Smoothing Spline and Kernel Regression*, World Academy of Science, Engineering and Technology **1** (2007), 510–514.
2. Budiantara, I.N., *Regresi Nonparametrik Spline dan Permasalahannya*, Thesis, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta, 2000.
3. Eubank, R.L., *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*, Marcel Dekker, Inc, New York, 1999.
4. Hardle, W., *Applied Nonparametric Regression*, Cambridge University Press, Cambridge, 1994.
5. Henke, J. E. and D. W. Wichern, *Business Forecasting*, Pearson Prentice Hall, Washington, 1977.
6. Nadaraya, E.A., On Estimating Regression, Theory Pb. Appl. **10** (1964), 186–190.
7. Sembiring, R.K., *Analisis Regresi*, Penerbit ITB, Bandung, 1995.
8. Silverman, C.D., *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*, Chapman and Hall, London, 1986.
9. Soetjiningsih, and IG.N. Gde Ranuh, *Tumbuh Kembang Anak*, Penerbit Buku Kedokteran, Surabaya, 1995.
10. Suparti, *Analisis Data Inflasi di Indonesia Menggunakan Model Regresi Spline*, Media Statistika **6** (2013), 1–9.
11. Wahba, G., *Spline Models for Observational Data*, SIAM, Pennsylvania, 1990.
12. Wand, M. and M.M.C. Jones, *Kernel Smoothing*, Chapman and Hall, London, 1995.
13. Watson, G.S., Smooth Regression Analysis, Sankhya **26** (1964), 359–372.
14. Wu, H. and J.T. Zang, *Nonparametric Regression Methods for Longitudinal Data Analysis*, A John Wiley and Sons, Inc, New Jersey, 2006.