

PELABELAN $L(2,1)$ PADA GRAF *CYCLE*, GRAF *STAR* DAN
GRAF *WHEEL*



Oleh
IRWAN WIDI PRASETYO
M0106043

SKRIPSI

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar
Sarjana Sains Matematika

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS SEBELAS MARET
SURAKARTA

2011

TUGAS AKHIR
**PELABELAN $L(2,1)$ PADA GRAF *CYCLE*, GRAF *STAR* DAN
 GRAF *WHEEL***

disusun oleh

IRWAN WIDI PRASETYO

NIM. M0106043

dibimbing oleh

Pembimbing I

Pembimbing II

Dra. Diari Indriati, M.Si
 NIP. 19610112 198811 2 001

Bowo Winarno, S.Si, M.Kom
 NIP. 19810430 200812 1 001

telah dipertahankan di depan Dewan Penguji
 pada hari Senin, tanggal 31 Oktober 2011
 dan dinyatakan telah memenuhi syarat

Anggota Tim Penguji

Tanda Tangan

1. Dra. Mania Roswitha, M.Si
 NIP. 19520628 198303 2 001

1.

2. Dra. Respatiwan, M.Si
 NIP. 19680611 199302 2 001

2.

Disahkan oleh

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dekan

Ketua Jurusan Matematika

Ir. Ari Handono R, M.Sc, Ph.D
 NIP. 19610223 198601 1 001

Irwan Susanto, S.Si, DEA
 NIP. 19710511 199512 1 001

MOTO

*"Dan barang siapa bertakwa kepada Allah, niscaya Dia menjadikan
kemudahan baginya dalam urusannya"*

(QS. At-Tagabun:4)

*"Kerja adalah cinta yang mengejawantah, jika kau bekerja tanpa cinta lebih
baik duduklah di depan gapura candi dan meminta sedekah dari mereka yang
bekerja dengan suka cita"*

(Novel "Sang Nabi"-Kahlil Gibran)

PERSEMBAHAN

Karya yang sederhana ini, saya persembahkan untuk

Ayah dan Ibu tercinta atas doa, cinta dan pengorbanan yang diberikan.

Kakakku Wiwien dan Shine untuk dukungan semangatnya

Dik Rizki Nisfi.R atas semangatnya di saat terasa semangat jiwa meredup

Teman-teman mahasiswa di Matematika terima kasih atas semuanya.

ABSTRAK

Irwan Widi Prasetyo, 2011. PELABELAN $L(2,1)$ PADA GRAF $CYCLE$, GRAF $STAR$ DAN GRAF $WHEEL$. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret.

Pelabelan graf adalah suatu fungsi yang memetakan anggota-anggota graf ke bilangan bulat non negatif. Jika domainnya adalah himpunan *vertex* maka disebut pelabelan *vertex*. Salah satu teknik pelabelan adalah pelabelan berdasarkan kondisi jarak yakni pelabelan $L(2, 1)$. Pelabelan tersebut merupakan bentuk khusus dari pelabelan $L(d_1, d_2)$. Pelabelan $L(2, 1)$ pada graf G , adalah suatu fungsi $f' : V(G) \rightarrow Z \geq 0$ sedemikian sehingga $|f'(u) - f'(v)| \geq 2$ jika u dan v berjarak satu, dan $|f'(u) - f'(v)| \geq 1$ jika u dan v berjarak dua, dengan $u, v \in V(G)$. Bilangan $L(2, 1)$ dalam G , $\lambda_{2,1}(G)$, adalah bilangan k terkecil sedemikian sehingga terdapat sebuah label $L(2, 1)$ dengan k adalah label terbesar.

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah menentukan $\lambda_{2,1}(G)$ untuk graf *cycle*, graf *star*, dan graf *wheel*. Metode yang digunakan dalam penulisan skripsi ini adalah studi literatur.

Berdasarkan hasil pembahasan, diperoleh kesimpulan bahwa $\lambda_{2,1}(G)$ untuk graf *cycle*, *star*, dan *wheel* adalah sebagai berikut

1. $\lambda_{2,1}(C_n) = 4, n \geq 3,$
2. $\lambda_{2,1}(S_n) = n, n \geq 4,$
3. $\lambda_{2,1}(W_n) = 6, n = 4, 5; \lambda_{2,1}(W_n) = n, n \geq 6.$

Kata kunci: pelabelan $L(2,1)$, pelabelan berdasarkan jarak, *cycle*, *star*, *wheel*.

ABSTRACT

Irwan Widi Prasetyo, 2011. THE $L(2,1)$ -LABELINGS OF CYCLE GRAPH, STAR GRAPH AND WHEEL GRAPH. Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sebelas Maret University.

Labeling of graph is a function that maps graph elements to non-negative integers. If the domain is a set of all vertices, the labeling is called vertex-labeling. One of the labeling methods is labeling graph based on distance condition called the $L(2,1)$ -labeling. It is the specific form of the $L(d_1, d_2)$ -labeling. The $L(2,1)$ -labeling on graph G , is the function $f' : V(G) \rightarrow Z \geq 0$ such that there is $|f'(u) - f'(v)| \geq 2$ if u and v at a distance of one, and $|f'(u) - f'(v)| \geq 1$ if u and v at a distance of two, with $u, v \in V(G)$. The $L(2,1)$ -number of G , $\lambda_{2,1}(G)$, is the smallest k such that there is an $L(2,1)$ -labeling with the largest label k .

The aim of the research is to find $\lambda_{2,1}(G)$ for *cycle*, *star*, and *wheel*. The method used in this research is a literary study.

Based on the discussions, it is concluded that $\lambda_{2,1}(G)$ for *cycle*, *star*, and *wheel* are

1. $\lambda_{2,1}(C_n) = 4, n \geq 3,$
2. $\lambda_{2,1}(S_n) = n, n \geq 4,$
3. $\lambda_{2,1}(W_n) = 6, n = 4, 5; \lambda_{2,1}(W_n) = n, n \geq 6.$

Keywords: $L(2,1)$ -labeling, distance labeling, cycle, star, wheel.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Allah SWT, yang telah memberikan rahmat, berkah dan hidayahNya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Selain itu penulis juga mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang berperan membantu penulisan ini, yaitu

1. Dra. Diari Indriati, M.Si dan Bowo Winarno, S.Si, M.Kom yang telah membimbing dan memotivasi penulis dalam penyusunan skripsi ini,
2. Teman-teman Matematika 2006 terima kasih atas semuanya, atas kerja sama dan bantuannya,
3. Semua pihak yang telah membantu kelancaran penulisan skripsi ini.

Semoga penulisan skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca.

Surakarta, Oktober 2011

Penulis

DAFTAR ISI

JUDUL	i
PENGESAHAN	ii
MOTO	iii
PERSEMBAHAN	iv
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vi
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR NOTASI	xii
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Perumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan Penelitian	4
1.5 Manfaat Penelitian	4
II LANDASAN TEORI	5
2.1 Pengertian Dasar Graf	5
2.2 Tinjauan Pustaka	10
2.3 Kerangka Pemikiran	11
III METODE PENELITIAN	12

IV PEMBAHASAN	13
4.1 Graf <i>Cycle</i>	13
4.2 Graf <i>Star</i>	17
4.3 Graf <i>Wheel</i>	22
V PENUTUP	32
5.1 Kesimpulan	32
5.2 Saran	32
DAFTAR PUSTAKA	33
LAMPIRAN	33



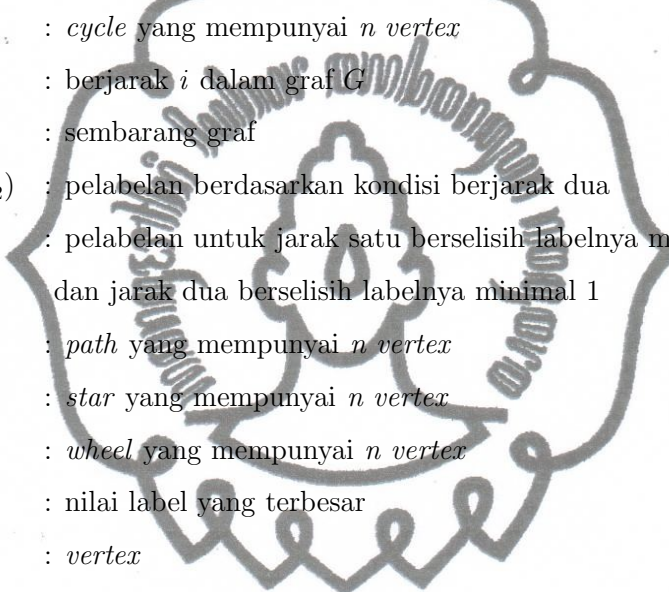
DAFTAR GAMBAR

2.1	Graf G	5
2.2	(a) Graf dengan <i>loop</i> (b) Graf dengan <i>parallel edge</i>	8
2.3	(a) Graf terhubung (b) Graf tak terhubung	8
2.4	<i>Join</i> graf P_3 dengan graf K_2 menghasilkan $P_3 + K_2$	8
2.5	Graf <i>cycle</i>	9
2.6	Graf <i>star</i>	9
2.7	Graf <i>wheel</i> W_6 dari <i>join</i> antara <i>cycle</i> C_5 dan graf <i>complete</i> K_1	10
4.1	Graf <i>cycle</i> dengan pelabelan $L(2, 1)$	13
4.2	<i>Path</i> P_3 dengan label $L(2, 1)$	14
4.3	<i>Cycle</i> C_3 dari <i>Path</i> P_3 dengan label $L(2, 1)$	15
4.4	(a) Nilai $\lambda_{2,1}(C_l) = 4$ (b) Nilai $\lambda_{2,1}(C_{l+1}) = 4$	15
4.5	Graf <i>star</i> dengan pelabelan $L(2, 1)$	17
4.6	Nilai $\lambda_{2,1}(S_4)=4$ dengan label 0 di <i>vertex</i> pusat	18
4.7	(a) Nilai $\lambda_{2,1}(S_l)=l$ (b) Nilai $\lambda_{2,1}(S_{l+1})=l+1$	19
4.8	Nilai $\lambda_{2,1}(S_4) = 4$ dengan label 0 di <i>vertex</i> daun	20
4.9	(a) Nilai $\lambda_{2,1}(S_n)=n$ (b) Nilai $\lambda_{2,1}(S_{n+1})=n+1$	21
4.10	Graf <i>wheel</i> dengan pelabelan $L(2, 1)$	22
4.11	Pelabelan $L(2, 1)$ pada graf <i>wheel</i> W_4 dengan $f(v_0) = 0$	23
4.12	Pelabelan $L(2, 1)$ pada graf <i>wheel</i> W_5 dengan $f(v_0) = 0$	24
4.13	Nilai $\lambda_{2,1}(W_6) = 6$	25
4.14	Pelabelan graf W_l dengan $f(v_i)=2i$	26
4.15	Contoh minimalisasi label pada graf <i>wheel</i> W_l dengan $l = 6$ dan 7	27
4.16	Pelabelan $L(2, 1)$ pada graf W_l dengan $\lambda_{2,1}(W_l) = l$	28

4.17 Pelabelan $L(2, 1)$ pada graf W_{l+1} dengan $\lambda_{2,1}(W_{l+1}) = l + 1$ 28
4.18 Pelabelan $L(2, 1)$ pada graf *wheel* W_4 dengan $f(v_i) = 0$ untuk
suatu i dengan $1 \leq i \leq n - 1$ 29
4.19 Pelabelan $L(2, 1)$ pada graf *wheel* W_5 dengan $f(v_i) = 0$ untuk
suatu i dengan $1 \leq i \leq n - 1$ 29
4.20 (a) Pelabelan $L(2, 1)$ pada W_6 (b) Pelabelan $L(2, 1)$ pada $W_n, n > 6$ 30



DAFTAR NOTASI



C_n	: <i>cycle</i> yang mempunyai n <i>vertex</i>
d_i	: berjarak i dalam graf G
G	: sembarang graf
$L(d_1, d_2)$: pelabelan berdasarkan kondisi berjarak dua
$L(2, 1)$: pelabelan untuk jarak satu berselisih labelnya minimal 2, dan jarak dua berselisih labelnya minimal 1
P_n	: <i>path</i> yang mempunyai n <i>vertex</i>
S_n	: <i>star</i> yang mempunyai n <i>vertex</i>
W_n	: <i>wheel</i> yang mempunyai n <i>vertex</i>
k	: nilai label yang terbesar
u, v	: <i>vertex</i>
$f'(u)$: label <i>vertex</i> u
$f'(v)$: label <i>vertex</i> v
$E(G)$: himpunan <i>edge</i> dalam graf G
$V(G)$: himpunan <i>vertex</i> dalam graf G
$\lambda_{2,1}(G)$: label terbesar yang minimal pada graf G dengan pelabelan $L(2, 1)$
\square	: akhir bukti