

**PEMBERIAN NOMOR *VERTEX* PADA *MINIMUM SPANNING TREE*
DARI GRAF MATAHARI, GRAF LENGKAP k -PARTIT, DAN GRAF
KORONA HASIL KALI GRAF BINTANG**



oleh

Dimas Ari Kurniawan Perdana

M0108085

SKRIPSI

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan
memperoleh gelar Sarjana Sains Matematika

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS SEBELAS MARET**

SURAKARTA

commit to user

2014

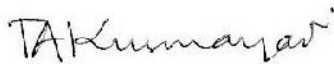
SKRIPSI

**PEMBERIAN NOMOR VERTEX PADA *MINIMUM SPANNING TREE* DARI GRAF
MATAHARI, GRAF LENGKAP k -PARTIT, DAN GRAF KORONA HASIL KALI
GRAF BINTANG**

yang disiapkan dan disusun oleh
DIMAS ARI KURNIAWAN PERDANA
M0108085

dibimbing oleh

Pembimbing I,



Prof. Drs. Tri Atmojo Kusmayadi, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19630826 1988031 1 002

Pembimbing II,



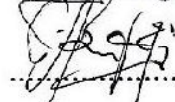
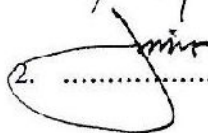
Supriyadi Wibowo, S.Si., M.Si.
NIP. 19681110 199512 1 001

telah dipertahankan di depan Dewan Penguji
pada hari Kamis, 20 Februari 2014
dan dinyatakan telah memenuhi syarat.

Anggota Tim Penguji

1. Sri Kuntari, S.Si., M.Si.
NIP. 19730225 199903 2 001
2. Drs. Sutrima, M.Si.
NIP. 19661007 199302 1 001

Tanda Tangan

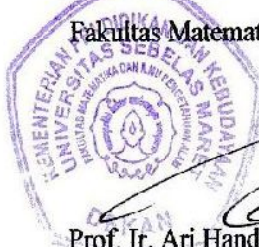
1. 
2. 

Surakarta, 7 April 2014

Disahkan oleh

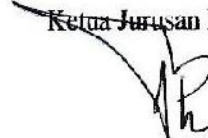
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dekan,



Prof. Ir. Ari Handono Ramelan, M.Sc. (Hons) Ph.D.
NIP. 19610223 198601 1 001

Ketua Jurusan Matematika



Irwan Susanto, S.Si., DEA
NIP. 19710511 1995121 001

ABSTRAK

Dimas Ari Kurniawan Perdana, 2014. PEMBERIAN NOMOR VERTEX PADA MINIMUM SPANNING TREE DARI GRAF MATAHARI, GRAF LENGKAP k -PARTIT DAN GRAF KORONA HASIL KALI GRAF BINTANG. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret.

Minimum spanning tree menggunakan *edge* untuk menghubungkan setiap *vertex* bertujuan menghasilkan rute terpendek dari jaringan graf. Jaringan graf yang efisien adalah jaringan graf yang memberikan hasil maksimal dengan biaya minimal. Misal $G = (V, E)$ adalah sebuah jaringan graf. Jarak dari *vertex* u ke v di G adalah panjang lintasan terpendek dari *vertex* u ke v dalam G , dinotasikan dengan $d(u, v)$. Eksentrisitas dari *vertex* u adalah jarak terjauh dari *vertex* u ke *vertex* lain, dinotasikan dengan $e(u)$. Untuk membentuk jaringan graf yang efisien terlebih dahulu dibentuk *minimum spanning tree* dari jaringan graf menggunakan algoritma *Breadth First Search (BFS)* Moore dengan u_1 sebagai *root* (*vertex* awal). Selanjutnya menentukan nomor untuk tiap *vertex* pada *minimum spanning tree* jaringan graf berdasarkan jarak terjauh menurut algoritma Kamlesh-Srivatsa.

Tujuan dari penelitian ini adalah membentuk model *minimum spanning tree* jaringan graf yang efisien dalam menempuh jarak *vertex* terjauh dengan memberikan nomor urut untuk tiap *vertex*.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa dari bentuk *minimum spanning tree* graf matahari S_n dengan $n \geq 3$, graf lengkap k -partit K_{n_1, n_2, \dots, n_k} dengan $k = 2$ dan 3 , dan graf korona hasil kali graf bintang $B_m \odot B_n$ dengan m dan $n \geq 3$, dengan *root* u_1 diperoleh penomoran untuk masing-masing *vertex* berdasarkan pada urutan besarnya eksentrisitas dari tiap *vertex*.

Kata kunci: *minimum spanning tree*, graf matahari, graf lengkap k -partit, graf korona hasil kali graf bintang.

ABSTRACT

Dimas Ari Kurniawan Perdana, 2014. NUMBERING VERTEX ON MINIMUM SPANNING TREE OF SUN GRAPH, COMPLETE k -PARTITE GRAPH, AND CORONA GRAPH OF STAR GRAPHS PRODUCT. Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sebelas Maret University.

Minimum Spanning Tree using edge for connecting each vertex aims to generate the shortest route from the network graph. Efficient network graph is a network graph that provides maximum results with minimal cost. Suppose $G = (V, E)$ is a network graph. Distance from vertex u to v in G is the length of the shortest path from vertex u to v in G , denoted by $d(u, v)$. The eccentricity of vertex u is the farthest distance from the vertex u to another vertex, denoted by $e(u)$. To establish the efficient network graph, minimum spanning tree is formed in advance on network graph using Breadth First Search (BFS) Moore algorithms with u_1 as root (initial vertex). Then, determining number for each vertex on network graph minimum spanning tree based on farthest distance of Kamlesh-Srivatsa algorithms.

The purpose of this research is formed efficient minimum spanning tree network graph model to pass through the farthest distance vertex by give sort numbering for each vertex.

The result of research show that from minimum spanning tree model of sun graph S_n with $n \geq 3$, complete k -partite graph K_{n_1, n_2, \dots, n_k} with $k = 2$ and 3 , and corona graph of star graphs product $B_m \odot B_n$ with m and $n \geq 3$, with root u_1 obtain numbering for each vertex based on the order of magnitude eccentricity on each vertex.

Keywords: *minimum spanning tree, sun graph, complete k -partite graph, corona graph of star graphs product.*

MOTO

Kesuksesan berawal dari kerja keras.

“Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya. Ia mendapat pahala (dari kebajikan) yang diusahakannya dan ia mendapat siksa (dari yang dikerjakannya)”
(QS. Al Baqarah: 286)

PERSEMBAHAN

Sebuah karya saya persembahkan untuk Mama dan Bapak sebagai wujud atas doa, semangat, motivasi, keringat, dan pengorbanan yang diberikan serta adik-adik saya Dwi Putri Pratiwi dan Heru Tri Widiyanto atas semangat dan dukungan yang diberikan.



KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah Subhanahu wa Ta'ala yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Ucapan terima kasih tidak lupa penulis sampaikan kepada Bapak Prof. Drs. Tri Atmojo Kusmayadi, M.Sc., Ph.D, dan Bapak Supriyadi Wibowo M.Si. sebagai dosen pembimbing I dan II atas bimbingan, arahan, dan motivasinya, dalam membimbing penulis dengan penuh kesabaran, serta kepada semua pihak yang telah membantu dan memperlancar penulisan skripsi ini.

Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada pembaca.

Surakarta, April 2014

Penulis

DAFTAR ISI

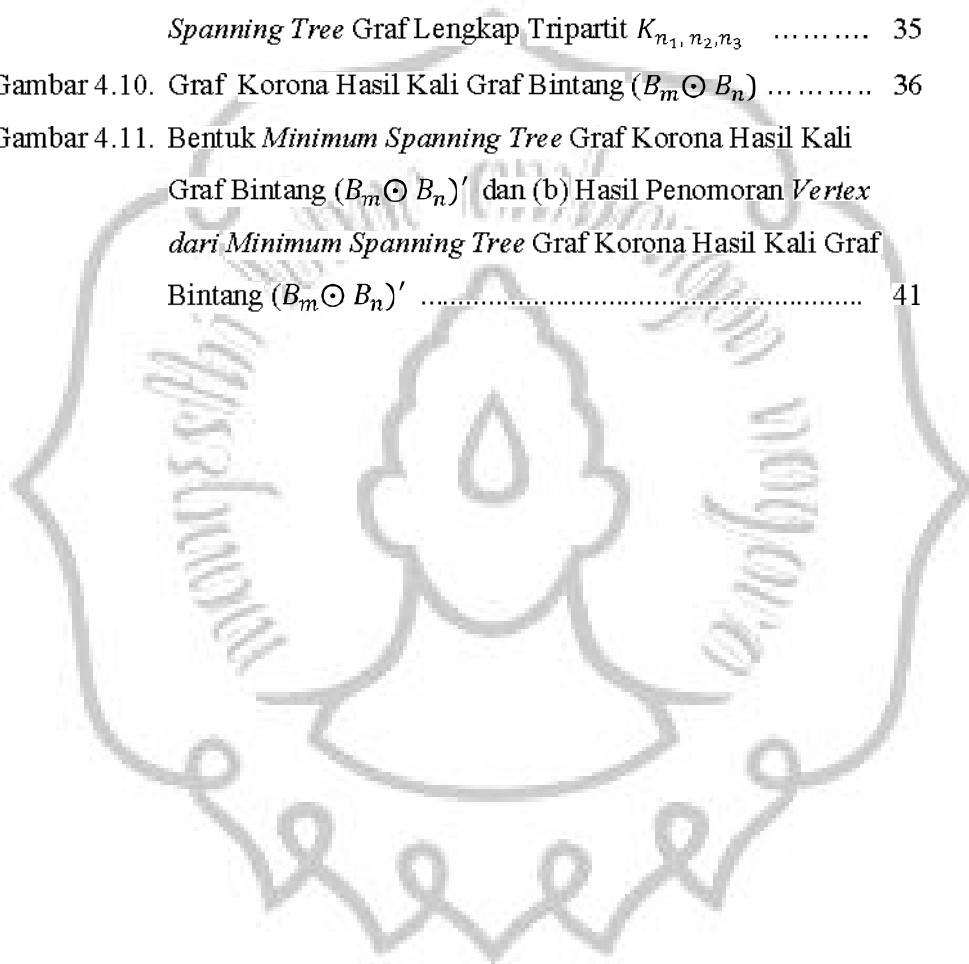
	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
ABSTRAK	iii
<i>ABSTRACT</i>	iv
MOTO	v
PERSEMBAHAN	vi
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR NOTASI DAN SIMBOL	xiii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan Penelitian	2
1.4 Manfaat Penelitian	2
BAB II LANDASAN TEORI	3
2.1 Tinjauan Pustaka	3
2.2 Teori Pendukung	3
2.2.1 Pengertian Dasar Graf	4
2.2.2 <i>Breadth First Search (BFS)</i>	7
2.2.3 Kelas-kelas Graf	9
2.2.3 Eksentrisitas	11
2.2.4 Kerangka Pemikiran	12
BAB III METODE PENELITIAN	13
BAB IV PEMBAHASAN	14
4.1 Pemberian Nomor <i>Vertex</i> pada <i>Minimum Spanning Tree</i> dari Graf Matahari S_n	14

4.1.1 Pemberian Nomor <i>Vertex</i> pada <i>Minimum Spanning Tree</i> dari Graf Matahari S_n untuk n Ganjil $n \geq 3$	15
4.1.2 Pemberian Nomor <i>Vertex</i> pada <i>Minimum Spanning Tree</i> dari Graf Matahari S_n untuk n Genap $n \geq 4$	18
4.2 Pemberian Nomor <i>Vertex</i> pada <i>Minimum Spanning Tree</i> dari Graf Lengkap K -Partit K_{n_1, n_2, \dots, n_k}	23
4.2.1 Pemberian Nomor <i>Vertex</i> pada <i>Minimum Spanning Tree</i> dari Graf Lengkap Bipartit K_{n_1, n_2}	23
4.2.2 Pemberian Nomor <i>Vertex</i> pada <i>Minimum Spanning Tree</i> dari Graf Lengkap Tripartit K_{n_1, n_2, n_3}	25
4.3 Pemberian Nomor <i>Vertex</i> pada <i>Minimum Spanning Tree</i> dari Graf Korona Hasil Kali Graf Bintang	36
4.3.1 Pemberian Nomor <i>Vertex</i> pada <i>Minimum Spanning Tree</i> dari Graf Korona Hasil Kali Graf Bintang $B_m \odot B_n$	
BAB V PENUTUP	42
5.1 Kesimpulan	42
5.2 Saran	42
BAB VI DAFTAR PUSTAKA	43

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Graf G	4
Gambar 2.2	(a) Graf Terhubung (b) Graf Tak Terhubung	5
Gambar 2.3	Suatu Graf G	5
Gambar 2.4	(a) Graf G_1 , (b) Graf G_2 , (c) <i>Join</i> dari graf G_1 dan G_2 ..	6
Gambar 2.5	(a) Graf G , (b) Graf H subgraf dari G , (c) Graf P <i>spanning</i> subgraf G	6
Gambar 2.6	(a) Graf G , (b) Graf G' <i>tree</i> dari graf G	6
Gambar 2.7	(a) Graf terhubung G (b) <i>Spanning tree</i> graf G	7
Gambar 2.8	(a) Graf terhubung berbobot G (b) <i>Minimum spanning tree</i> graf G	7
Gambar 2.9	Graf untuk Mengilustrasikan Jarak	8
Gambar 2.10	Graf lengkap (<i>complete graph</i>) K_p untuk $1 \leq p \leq \infty$	9
Gambar 2.11	Graf Matahari S_5	9
Gambar 2.12.	Graf Lengkap 4-partit	10
Gambar 2.13.	(a) Graf Bintang B_4 dan (b) Graf Bintang B_5	10
Gambar 2.14	Graf korona hasil kali graf bintang $B_3 \odot B_4$	11
Gambar 2.15	Suatu Graf G	11
Gambar 4.1.	Graf Matahari S_n	14
Gambar 4.2.	Graf Matahari S_7	15
Gambar 4.3.	Graf Matahari S_6	18
Gambar 4.4.	(a) Bentuk <i>Minimum Spanning Tree</i> Graf Matahari S'_n dengan n ganjil ($n \geq 3$) dan (b) hasil penomoran <i>vertex minimum</i> <i>spanning tree</i> graf matahari S'_n untuk n ganjil ($n \geq 3$) ...	22
Gambar 4.5.	(a) Bentuk <i>Minimum Spanning Tree</i> Graf Matahari S'_n dengan n genap ($n \geq 4$) dan (b) hasil penomoran <i>vertex minimum</i> <i>spanning tree</i> graf matahari S'_n dengan n genap ($n \geq 4$) ...	22
Gambar 4.6.	Graf Lengkap Bipartit K_{n_1, n_2}	23

Gambar 4.7. Graf Lengkap Tripartit K_{n_1, n_2, n_3}	26
Gambar 4.8. (a) Bentuk <i>Minimum Spanning Tree</i> Graf Lengkap Bipartit K'_{n_1, n_2} dan (b) Hasil Penomoran <i>Vertex</i> dari <i>Minimum Spanning Tree</i> Graf Lengkap Bipartit K'_{n_1, n_2}	35
Gambar 4.9. (a) Bentuk <i>Minimum Spanning Tree</i> Graf Lengkap Tripartit K_{n_1, n_2, n_3} dan (b) Hasil Penomoran <i>Vertex</i> dari <i>Minimum Spanning Tree</i> Graf Lengkap Tripartit K_{n_1, n_2, n_3}	35
Gambar 4.10. Graf Korona Hasil Kali Graf Bintang $(B_m \odot B_n)$	36
Gambar 4.11. Bentuk <i>Minimum Spanning Tree</i> Graf Korona Hasil Kali Graf Bintang $(B_m \odot B_n)'$ dan (b) Hasil Penomoran <i>Vertex</i> dari <i>Minimum Spanning Tree</i> Graf Korona Hasil Kali Graf Bintang $(B_m \odot B_n)'$	41



DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Eksentrisitas <i>vertex</i> dan <i>vertex</i> eksentrik dari graf G pada Gambar 2.15	12
Tabel 4.1.	Jarak dari masing-masing <i>vertex</i> ke setiap <i>vertex</i> untuk $i, j = 1, 2, \dots, n$ dalam <i>minimum spanning tree</i> graf matahari S'_n untuk n ganjil ($n \geq 3$)	16
Tabel 4.2.	Jarak dari masing-masing <i>vertex</i> ke setiap <i>vertex</i> untuk $i, j = 1, 2, \dots, n$ dalam <i>minimum spanning tree</i> graf matahari S'_n untuk n genap ($n \geq 4$)	20
Tabel 4.3.	Jarak dari masing-masing <i>vertex</i> ke setiap <i>vertex</i> untuk $i = 1, 2, \dots, n_1$, dan $j = 1, 2, \dots, n_2$ dalam <i>minimum spanning tree</i> graf lengkap bipartit K'_{n_1, n_2}	24
Tabel 4.4.	Jarak dari masing-masing <i>vertex</i> ke setiap <i>vertex</i> untuk $i = 1, 2, \dots, n_1$, $j = 1, 2, \dots, n_2$, dan $r = 1, 2, \dots, n_3$, dalam <i>minimum spanning tree</i> graf lengkap tripartit K'_{n_1, n_2, n_3}	27

DAFTAR NOTASI DAN SIMBOL

G	: graf G
$V(G)$: himpunan <i>vertex</i> dari graf G
$E(G)$: himpunan <i>edge</i> dari graf G
$V(G)$: banyaknya <i>vertex</i> dalam graf G (<i>order</i>)
V_i	: partisi ke- i pada graf dengan <i>order</i> n
V_1	: banyaknya <i>vertex</i> dalam partisi V_1
u, v, w	: <i>vertex</i>
u_i	: <i>vertex</i> u dengan indeks i
e, uv, uw	: <i>edge</i>
$e(u)$: eksentrisitas dari <i>vertex</i> u
T	: suatu <i>tree</i>
$d(u, v)$: jarak dari <i>vertex</i> u ke v dalam G
K_p	: graf lengkap dengan <i>order</i> p
S_n	: graf matahari dengan <i>order</i> $2n$
C_n	: graf <i>cycle</i> dengan <i>order</i> n
k	: banyaknya partisi dalam graf
S'_n	: <i>minimum spanning tree</i> graf matahari dengan <i>order</i> $2n$
$\lambda(u)$: penomoran <i>vertex</i> pada <i>vertex</i> u
$B_{m,n}$: graf bipartit dengan $V_1 = m$ dan $V_2 = n$
K_{n_1, n_2}	: graf lengkap bipartit dengan <i>order</i> n_1 dan n_2
K_{n_1, n_2, \dots, n_k}	: graf lengkap k partit dengan <i>order</i> n_1, n_2, \dots, n_k
K'_{n_1, n_2}	: <i>minimum spanning tree</i> graf lengkap bipartit dengan <i>order</i> n_1, n_2
K'_{n_1, n_2, n_3}	: <i>minimum spanning tree</i> graf lengkap k -partit
\odot	: operasi korona
B_n	: graf bintang dengan <i>order</i> n
$B_m \odot B_n$: graf korona hasil kali graf bintang dengan <i>order</i> m dan n
$(B_m \odot B_n)'$: <i>minimum spanning tree</i> graf korona hasil kali graf bintang
\square	: bukti selesai <i>commit to user</i>