

Bab II

LANDASAN TEORI

Pada bagian ini diberikan tinjauan pustaka, definisi dan teori penunjang yang berisi penelitian sebelumnya yang melandasi penelitian ini serta kerangka pemikiran yang menjelaskan alur pemikiran penulisan skripsi.

2.1 Tinjauan Pustaka

Model *SEIR* pernah diperkenalkan pada tahun 1991 oleh Andreson dan May, Michael *et al.* [10]. Model ini berbentuk sistem *autonomous* persamaan diferensial nonlinear. Model *SEIR* sendiri telah dipelajari oleh beberapa ilmuwan lain seperti Tessa [15], Sen *et al.* [14] serta Rezza dan Waezizadeh [12]. Dalam artikelnya Tessa [15] telah mempelajari tentang pengaruh vaksinasi terhadap penyakit campak dengan memperhatikan faktor kematian karena penyakit. Vaksinasi pada model tersebut memiliki keefektivan vaksin 100%. Kemudian pada tahun 2011 Sen *et al.* [14] mempelajari tentang pengaruh vaksinasi pada model *SEIR* dengan keefektivan vaksin tidak 100%, sehingga individu yang *recovered* dapat kembali *susceptible*. Mereka mempelajari tentang penyebaran penyakit *influenza*. kemudian tahun 2012 Rezza dan Waezizadeh [12] mempelajari tentang model *SEIR* dengan vaksinasi, pada penelitiannya tersebut mereka mengelompokkan individu yang divaksin dalam kelompok tersendiri. Mereka menerapkan model tersebut pada penyakit hepatitis B.

Penulis tertarik untuk mengembangkan model *SEIR* dengan vaksinasi seperti yang dikembangkan oleh Tessa [15], namun tidak dengan memperhatikan faktor kematian karena penyakit.

commit to user

2.2 Teori Penunjang

Pada bagian ini dijelaskan definisi dan teori yang menunjang dalam mencapai tujuan penulisan. Selanjutnya diberikan definisi model *SEIR*, sistem *autonomous* dan titik kesetimbangan.

2.2.1 Sistem *Autonomous* dan Titik Kesetimbangan

Sistem persamaan diferensial nonlinear orde satu yang terdiri dari empat persamaan mempunyai bentuk umum

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= f_1(S, E, I, R) \\ \frac{dE}{dt} &= f_2(S, E, I, R) \\ \frac{dI}{dt} &= f_3(S, E, I, R) \\ \frac{dR}{dt} &= f_4(S, E, I, R),\end{aligned}\tag{2.1}$$

dimana f_1, f_2, f_3, f_4 adalah persamaan nonlinear yang kontinu dengan variabel S, E, I , dan R bergantung pada t . Menurut Boyce [2], sistem (2.1) disebut sistem *autonomous* karena variabel bebas t tidak muncul secara eksplisit. Panvilov [11] menyebutkan bahwa titik kesetimbangan dari sistem (2.1) merupakan titik dimana saat sistem tersebut tidak mengalami perubahan sepanjang waktu. Secara matematis definisi titik kesetimbangan disajikan pada Definisi 2.2.1

Definisi 2.2.1. Titik (S^*, E^*, I^*, R^*) disebut titik kesetimbangan pada sistem (2.1) jika

$$\begin{aligned}f_1(S^*, E^*, I^*, R^*) &= 0 \\ f_2(S^*, E^*, I^*, R^*) &= 0 \\ f_3(S^*, E^*, I^*, R^*) &= 0 \\ f_4(S^*, E^*, I^*, R^*) &= 0.\end{aligned}$$

Titik kesetimbangan merupakan salah satu penyelesaian khusus dari suatu sistem persamaan diferensial nonlinear.

2.2.2 Model *SEIR*

Model *SEIR* menggambarkan pola penyebaran penyakit pada populasi yang menyerang manusia. Secara garis besar model *SEIR* menggambarkan pola penyebaran penyakit dari kelompok individu *susceptible* menjadi *exposed* melalui kontak langsung dengan individu *infected*. Selanjutnya individu *exposed* yang masa latennya sudah usai dapat menjadi *infected*. Sedangkan individu *infected* yang dapat bertahan terhadap penyakit akan sembuh dan memasuki kelompok *recovered*. Menurut Hetchote [6] populasi pada model *SEIR* diklasifikasikan menjadi empat kelompok bagian yaitu kelompok *susceptible* (S), kelompok *exposed* (E), kelompok *infected* (I) dan kelompok *recovered* (R). Banyaknya individu pada kelompok *susceptible*, *exposed*, *infected*, dan *recovered* pada waktu t masing-masing dinyatakan sebagai $S(t)$, $E(t)$, $I(t)$ dan $R(t)$. Total populasi diasumsikan konstan sebesar N sehingga N dapat dinyatakan sebagai $S(t) + E(t) + I(t) + R(t) = N$. Laju kelahiran atau kematian pada populasi tersebut sebesar μ . Individu pada kelompok *susceptible* dapat terinfeksi penyakit melalui kontak langsung dengan individu *infected*. Besarnya laju kontak tersebut adalah β . Individu *exposed* dapat menjadi *infected* dengan laju perpindahan dari *exposed* menuju *infected* sebesar σ . Individu *infected* dapat sembuh dari penyakit dengan laju kesembuhan sebesar γ . Selanjutnya model *SEIR* dinyatakan sebagai

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \mu N - \beta S \frac{I}{N} - \mu S \\ \frac{dE}{dt} &= \beta S \frac{I}{N} - \sigma E - \mu E \\ \frac{dI}{dt} &= \sigma E - \gamma I - \mu I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I - \mu R.\end{aligned}\tag{2.2}$$

2.3 Kerangka Pemikiran

Berdasarkan tinjauan pustaka yang telah diuraikan dapat disusun kerangka pemikiran sebagai berikut. Model *SEIR* merupakan model matematika yang menggambarkan pola penyebaran suatu penyakit. Model *SEIR* dibatasi oleh asumsi-asumsi dan parameter-parameter tertentu, sehingga model *SEIR* sesuai untuk masalah penyebaran penyakit yang memenuhi asumsi tersebut.

Penyakit campak, gondong, dan cacar air merupakan penyakit yang memenuhi asumsi pada model *SEIR*. Penyebaran penyakit dapat dicegah dengan vaksinasi. Selanjutnya untuk mengetahui pengaruh vaksinasi, faktor vaksinasi tersebut diperhatikan dalam model *SEIR*.

Untuk mengetahui perilaku model tersebut ditentukan penyelesaian dan kesetimbangannya. Selanjutnya model ini diterapkan pada penyakit campak dan menerapkannya agar dapat memberikan informasi yang bermanfaat.