

**INTEGRAL PECAHAN LOKAL UNTUK FUNGSI KONTINU
HÖLDER DENGAN PANGKAT α , $\alpha \in (0, 1]$**



SKRIPSI

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar
Sarjana Sains Matematika

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS SEBELAS MARET
SURAKARTA**

2015

commit to user

SKRIPSI
INTEGRAL PECAHAN LOKAL UNTUK FUNGSI KONTINU
HÖLDER DENGAN PANGKAT α , $\alpha \in (0, 1]$

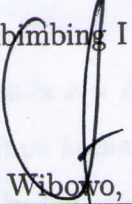
yang disiapkan dan disusun oleh

PUTRA RIFANDI

M0108106

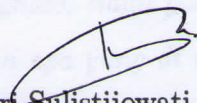
dibimbing oleh

Pembimbing I


Supriyadi Wibowo, M.Si.

NIP. 19681110 199512 1 001

Pembimbing II


Dra. Sri Sulistijowati H., M.Si.

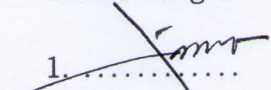
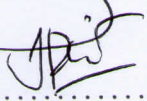
NIP. 19690116 199402 2 001

telah dipertahankan di depan Dewan Penguji
pada hari Selasa, tanggal 18 Agustus 2015
dan dinyatakan telah memenuhi syarat.

Anggota Tim Penguji

1. Drs. Sutrima, M.Si.
NIP. 19661007 199302 1 001
2. Dra. Etik Zukhronah, M.Si.
NIP. 19661213 199203 2 001

Tanda Tangan

1. 
2. 


Surakarta, 31 Agustus 2015

Disahkan oleh

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dekan




Prof. Ir. Ari Handono Ramelan, M.Sc.(Hons)., Ph.D.

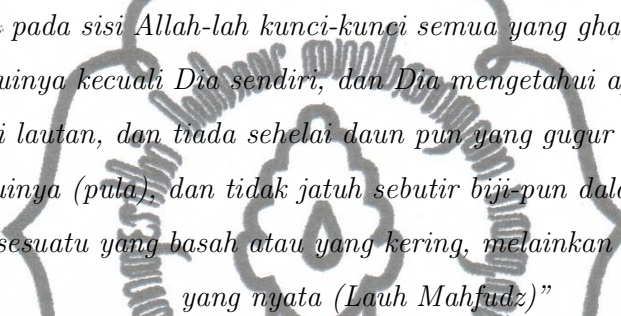
NIP. 19610223 198601 1 001

Ketua Program Studi Matematika,


Supriyadi Wibowo, M.Si.

NIP. 19681110 199512 1 001

MOTO



”dan pada sisi Allah-lah kunci-kunci semua yang ghaib; tiada yang mengetahuinya kecuali Dia sendiri, dan Dia mengetahui apa yang di daratan dan di lautan, dan tiada sehelai daun pun yang gugur melainkan Dia mengetahuinya (pula), dan tidak jatuh sebutir biji-pun dalam kegelapan bumi, dan tidak sesuatu yang basah atau yang kering, melainkan tertulis dalam kitab yang nyata (Lauh Mahfudz)”

(Q.S. Al An’am : 59)

commit to user

PERSEMBAHAN

Karya sederhana ini penulis persembahkan untuk

Bapak dan Ibu tercinta

sebagai wujud terima kasih atas cinta, kasih sayang, doa, nasihat, dan dukungannya

Kedua kakakku, Mbak Yus dan Mas Candra

atas dukungan, semangat, dan motivasi yang diberikan

Terimakasih atas bantuannya.

commit to user

ABSTRAK

Putra Rifandi, 2015. INTEGRAL PECAHAN LOKAL UNTUK FUNGSI KONTINU HÖLDER DENGAN PANGKAT α , $\alpha \in (0, 1]$. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret.

Integral pecahan lokal (*local fractional integral*) adalah perluasan dari keintegralan fungsi pada himpunan fraktal. Integral pecahan lokal diaplikasikan untuk menjelaskan masalah terkait fungsi-fungsi yang tidak terintegral biasa. Sebagai contoh, fungsi kontinu Hölder berpangkat $\alpha \in (0, 1]$ yang tidak mempunyai derivatif di setiap titik pada domainnya merupakan fungsi kontinu yang tidak terintegral biasa.

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah dapat menentukan keintegralan pecahan lokal untuk fungsi kontinu Hölder berpangkat α beserta sifat-sifat sederhananya. Jika $I = [a, b]$ dan $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ fungsi kontinu pecahan lokal dengan pangkat α pada I , maka keintegralan pecahan lokal untuk fungsi kontinu Hölder berpangkat α pada I dibentuk dengan menambahkan syarat kekontinuan Hölder fungsi f . Misalkan I adalah interval tertutup dan terbatas di dalam \mathbb{R} dan $P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ adalah partisi dari I . Panjang subinterval $[x_{i-1}, x_i] \subseteq I$, $i = 1, 2, \dots, n$ dalam P dapat dikonstruksikan menggunakan hubungan kekontinuan Hölder dengan pangkat α dari f pada interval tertutup I . Selanjutnya dengan menggunakan pendekatan Riemann seperti dalam integral Riemann diperoleh kriteria keintegralan pecahan lokal untuk fungsi f .

Berdasarkan hasil pembahasan, dapat ditunjukkan bahwa jika fungsi f kontinu Hölder dengan pangkat α , $\alpha \in (0, 1]$ pada $[a, b]$ maka fungsi f terintegral pecahan lokal dengan pangkat α . Dan juga keintegralan pecahan lokal tersebut menyebabkan terpenuhinya sifat-sifat sederhana integral pecahan lokal, diantaranya sifat kelinieran dan kepositifan.

Kata kunci : *fungsi kontinu Hölder berpangkat $\alpha \in (0, 1]$, integral pecahan lokal, integral Riemann.*

ABSTRACT

Putra Rifandi, 2015. THE LOCAL FRACTIONAL INTEGRAL OF HÖLDER CONTINUOUS FUNCTION OF ORDER α , $\alpha \in (0, 1]$. Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sebelas Maret University.

The local fractional integral is an extension of the ordinary integral on the fractal set. The local fractional integral can be applied to integrate functions that are not ordinary integrable like the Hölder continuous functions of order α , $\alpha \in (0, 1]$. These functions are continuous at every point in their domain but they are not differentiable at any point in their domain.

The aim of this research is to determine local fractional integrability of the Hölder continuous function of order α and its simple properties. If $I = [a, b]$ and $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ local fractional continuous function of order α on I , then the local fractional integrability of the Hölder continuous function of order α is formed by adding the Hölder continuity requirement f function. Suppose I is a closed bounded interval of \mathbb{R} and $P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ is a partition of I . The long subinterval $[x_{i-1}, x_i] \subseteq I$, $i = 1, 2, \dots, n$ of P is constructed using the relationship of the Hölder continuity of order α for a function on the closed interval. By using a new approach to integral, in this case such a Riemann approach in the Riemann integral we obtain criteria of local fractional integrability.

It could be showed that if f is Hölder continuous function of order α then f is local fractional integrable of order α and the local fractional integrability gives the simple properties of local fractional integral, including linearity and positivity.

Keywords : Hölder continuous functions of order $\alpha \in (0, 1]$, local fractional integral, Riemann integral.

KATA PENGANTAR

Segala puji penulis panjatkan bagi Allah Tuhan semesta alam, atas segala rahmat dan hidayahNya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulis menyadari bahwa terselesaikannya skripsi ini berkat dorongan, dukungan dan bimbingan dari berbagai pihak. Untuk itu penulis menyampaikan terima kasih kepada

1. Bapak Supriyadi Wibowo, M.Si dan Ibu Dra. Sri Sulistijowati H., M.Si sebagai Pembimbing I dan Pembimbing II atas bimbingan, arahan dan motivasi yang diberikan untuk penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
2. Semua pihak yang telah membantu kelancaran penulisan skripsi ini.

Penulis berharap semoga karya sederhana ini dapat bermanfaat bagi semua pembaca.

Surakarta, Agustus 2015

Penulis

DAFTAR ISI

JUDUL	i
PENGESAHAN	ii
MOTO	iii
PERSEMBAHAN	iv
ABSTRAK	v
<i>ABSTRACT</i>	vi
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR NOTASI	x
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
II LANDASAN TEORI	4
2.1 Tinjauan Pustaka	4
2.2 Teori Pendukung	5
2.2.1 Pengertian Dasar Integral Pecahan Lokal	5
2.2.2 Keintegralan Pecahan Lokal	7
2.2.3 Sifat-Sifat Integral Pecahan Lokal	10
2.2.4 Teorema Fundamental Kalkulus Pecahan Lokal	11

2.2.5	Teorema Nilai Rata-Rata Integral Pecahan Lokal	12
2.2.6	Perhitungan Integral Pecahan Lokal	12
2.3	Kerangka Pemikiran	13
III METODE PENELITIAN		14
IV PEMBAHASAN		15
4.1	Keintegralan Pecahan Lokal Fungsi Kontinu Hölder dengan Pangkat α , $\alpha \in (0, 1]$	15
4.2	Sifat-Sifat Integral Pecahan Lokal untuk Fungsi Kontinu Hölder dengan Pangkat α , $\alpha \in (0, 1]$	17
4.3	Teorema Nilai Rata-Rata Integral Pecahan Lokal untuk Fungsi Kontinu Hölder dengan Pangkat α , $\alpha \in (0, 1]$	26
V PENUTUP		28
5.1	Kesimpulan	28
5.2	Saran	28
DAFTAR PUSTAKA		29

DAFTAR NOTASI

\mathbb{R}	:	himpunan bilangan Real
\mathbb{N}	:	himpunan bilangan Asli
α	:	pangkat dari fungsi kontinu Hölder
I	:	interval tertutup $[a, b]$
P	:	sembarang partisi pada I
$\mathfrak{P}(I)$:	koleksi dari semua partisi pada I
$[x_{i-1}, x_i]$:	setiap interval pada P yang membagi I , $i = 1, 2, \dots, n$
m_i	:	nilai infimum dari fungsi $f(x)$ pada subinterval $[x_{i-1}, x_i]$ dari I
M_i	:	nilai supremum dari fungsi $f(x)$ pada subinterval $[x_{i-1}, x_i]$ dari I
$L^\alpha(P, f)$:	jumlah bawah dari f pada P
$U^\alpha(P, f)$:	jumlah atas dari f pada P
$L^\alpha(f)$:	batas atas untuk himpunan $\{L^\alpha(P, f) P \in \mathfrak{P}(I)\}$
$U^\alpha(f)$:	batas bawah untuk himpunan $\{U^\alpha(P, f) P \in \mathfrak{P}(I)\}$
${}_{x_0}D_x^\alpha f(x)$:	derivatif pecahan lokal dari fungsi f dengan pangkat α pada interval $[a, b]$
$F^{(\alpha)}(x_0)$:	nilai derivatif pecahan lokal dari fungsi $F(x)$ dengan order α di $x = x_0$
$\frac{1}{\Gamma(\alpha+1)} \int_a^b f(x)(dx)^\alpha$:	nilai integral pecahan lokal berpangkat α dari fungsi f pada $[a, b]$
\square	:	akhir bukti

commit to user