

**Pembangunan Kalkulator Pencarian Akar Kompleks  
Polinomial Derajat  $N$**

**SKRIPSI**

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Mencapai Gelar Strata Satu

Program Studi Informatika



**Disusun Oleh:**

Yaniar Rahmah

NIM. M0512059

**PROGRAM STUDI INFORMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS SEBELAS MARET  
2016**

*commit to user*

# **Pembangunan Kalkulator Pencarian Akar Kompleks Polinomial Derajat $N$**

## **SKRIPSI**

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Mencapai Gelar Strata Satu

Program Studi Informatika



**Disusun Oleh:**

Yaniar Rahmah

NIM. M0512059

**PROGRAM STUDI INFORMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS SEBELAS MARET**

**2016**

*commit to user*

SKRIPSI

**Pembangunan Kalkulator Pencarian Akar Kompleks  
Polinomial Derajat  $N$**

Disusun oleh :  
**YANIAR RAHMAH**  
M0512059

Skripsi ini telah disetujui untuk dipertahankan di hadapan dewan penguji  
pada tanggal : 04 Agustus 2016

Pembimbing I



**Drs. Y. Saragadi Palgunadi, M.Sc.**

NIP. 19560407 198303 1004

Pembimbing II



**Esti Suryani, S.Si., M.Kom**

NIP. 19761129 200812 2001

*commit to user*

SKRIPSI



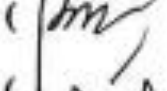
**Pembangunan Kalkulator Pencarian Akar Kompleks  
Polinomial Derajat  $N$**

Disusun oleh :  
**YANIAR RAHMAH**  
M0512059

Skripsi ini telah disetujui untuk dipertahankan di hadapan dewan penguji  
pada tanggal : 04 Agustus 2016


Susunan Dewan Penguji :

1. **Drs. Y. Sarngadi Palgunadi, M.Sc.**  
NIP. 19560407 198303 1 004
2. **Esti Suryani, S.Si, M.Kom**  
NIP. 19761129 200812 2 001
3. **Drs. Bambang Harijto, M.App.Sc, Ph.D.**  
NIP. 19621130 199103 1 002
4. **Ristu Saptono, S.Si., M.T.**  
NIP. 19790210 200212 1 001

(  )  
(  )  
(  )  
(  )

Disahkan oleh :

Kepala Program Studi Informatika

  
**Drs. Bambang Harijto, M.App.Sc, Ph.D.**  
NIP. 19621130 199103 1 002

**DEVELOPMENT OF CALCULATOR FOR FINDING COMPLEX ROOTS  
OF  $n^{\text{th}}$  DEGREE POLYNOMIALS**

**YANIAR RAHMAH**

*Department of Informatics. Mathematic and Science Faculty*

*Sebelas Maret University*

**ABSTRACT**

*Software as a learning medium has become a trend in society. The development of science and technology encourage modernization in every field of education, including mathematics. One of the mathematical models often used is polynomial equation. Many mathematicians have done research on solving polynomials by using numerical algorithms, but only focus on mathematical analysis. In this research, design and construction of a calculator as a medium of learning has been done. The calculator is completed by many algorithm such as the quadratic formula, Cardano, Viète's, Bairstow, revise Bairstow, Muller, and combination algorithms. The calculator was designed by UML approach and implemented on Java Swing GUI. The test results using black box method showed that 100% of functional calculator can work well. Based on the average calculation error, cubic polynomial is solved properly by using Cardano algorithm which the average error is  $1.43568059121049E-13\%$ . Revise Bairstow algorithm showed good performance to find the complex roots of  $4^{\text{th}}$  degree polynomial with an average error is  $1.34421873307271E-09\%$  and average of iteration is 4. The best combination algorithm on solving  $n^{\text{th}}$  degree polynomials is Muller-Cardano which has an average error  $4.27781615793958E-13\%$  and Revise Bairstow-Cardano with average number of iteration is 7 iterations.*

*Keywords: Finding roots polynomial, calculator, quadratic formula, Cardano, Viète's, Bairstow, Revised Bairstow, Muller*

*commit to user*

# PEMBANGUNAN KALKULATOR PENCARIAN AKAR KOMPLEKS POLINOMIAL DERAJAT $N$

YANIAR RAHMAH

Program Studi Informatika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Sebelas Maret

## ABSTRAK

Perangkat lunak sebagai media pembelajaran telah menjadi sebuah tren di masyarakat. Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi mendorong modernisasi di setiap bidang pendidikan, termasuk bidang matematika. Salah satu model matematika yang kerap digunakan adalah polinomial. Banyak matematikawan yang melakukan penelitian mengenai penyelesaian polinomial menggunakan algoritma metode numerik, tetapi hanya fokus pada analisis matematika. Dalam penelitian ini, dilakukan perancangan dan pembangunan sebuah kalkulator sebagai media pembelajaran yang dilengkapi rumus kuadrat, Cardano, Viete's, Bairstow, revisi Baristow, Muller, serta kombinasi algoritma untuk menyelesaikan persamaan polinomial. Kalkulator dirancang dengan pendekatan UML dan diimplementasikan menggunakan Java Swing GUI. Hasil pengujian menggunakan metode *black box* menunjukkan 100% fungsional kalkulator berjalan baik. Berdasarkan galat perhitungan, Cardano unggul dalam penyelesaian polinomial kubik dengan rata-rata galat  $1,43568059121049E-13\%$ . Revisi algoritma Bairstow bekerja baik dalam menyelesaikan polinomial kuartik dengan rata-rata galat  $1,34421873307271E-09\%$  dan rata-rata iterasi 4. Kombinasi algoritma terbaik dalam penyelesaian polinomial derajat  $n$  adalah Muller – Cardano dengan rata-rata galat yaitu  $4,27781615793958E-13\%$  dan Revisi Bairstow – Cardano dengan rata-rata iterasinya adalah 7 iterasi.

Keywords: Pencarian akar polinomial, kalkulator, rumus kuadrat, Cardano, Viete's, Bairstow, Revised Bairstow, Muller

## MOTTO

*“Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan, sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan, Maka apabila kamu telah selesai (dari sesuatu urusan), kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan) yang lain”*

(Q.S. Al-Insyirah : 5-7)



*commit to user*



## HALAMAN PERSEMBAHAN

Karya ini penulis persembahkan kepada :



*“Bapak ibu tercinta, Bapak Mochamad Ridwan dan Ibu Nguzamilah”*

*“Mbak Anisa, Sabrina, dan Dzikra yang selalu menjadi penyemangatku”*

*“Oktavera Tri Kurniasih, sahabat yang selalu mendukungku”*

*“Sahabat Hi5 (Dania, Anisa, Kiki, Tiwi), Barisan Para Sahabat (Lubbi, Iis, Oim),  
dan teman-teman seperjuangan Informatika 2012”*

*commit to user*



## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT, atas limpahan rahmat dan hidayahNya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi sebagai syarat mencapai gelar strata satu Program Studi Informatika UNS.

Penulis menyadari bahwa dalam menyelesaikan skripsi ini tidak lepas dari peran berbagai pihak yang telah banyak memberikan bantuan, bimbingan, dan dukungan. Dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Allah SWT
2. Bapak Drs. Y. Sarngadi Palgunadi, M.Sc. dan Ibu Esti Suryani, S.Si, M.Kom sebagai dosen pembimbing yang telah membimbing dan meluangkan waktu untuk memberikan arahan, bimbingan, serta motivasi dalam menyusun skripsi.
3. Bapak Drs. Bambang Harjito, M.App.Sc, Ph.D. selaku Kepala Jurusan Informatika UNS dan Pembimbing Akademik yang telah memberikan masukan, kritik, dan dukungan.
4. Bapak/Ibu Dosen Informatika UNS yang telah membagikan ilmu dan pengalamannya yang berharga.
5. Bapak Mochamad Ridwan, Ibu Nguzamilah, Mbak Anisa Kusumastuti, Sabrina Aulia Rahmah, dan Dzikra Gisha Nasyifa, keluarga yang penuh kesabaran dan tak henti memberikan doa dan semangat.
6. Oktavera, Yupi, Mbak Shofi, Mbak Athik, Coco, Hi5 (Dania, Anisa, Kiki, Tiwi), Barisan Para Sahabat (Lubbi, Iis, Oim) serta teman-teman Informatika 2012 terima kasih atas dukungan dan semangatnya.

Semoga penelitian yang telah dilakukan dapat bermanfaat bagi penulis khususnya dan pembaca pada umumnya. Aamiin.

Surakarta , Agustus 2016

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	ii
HALAMAN PERSETUJUAN.....	iii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iv
<i>ABSTRACT</i> .....	v
ABSTRAK.....	vi
MOTTO .....	vii
HALAMAN PERSEMBAHAN .....	viii
KATA PENGANTAR.....	ix
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL.....	xiii
DAFTAR GAMBAR .....	xvi
DAFTAR LAMPIRAN.....	xviii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	3
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan Penelitian .....	4
1.5 Manfaat Penelitian .....	4
1.6 Sistematika Penulisan .....	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	6
2.1 Landasan Teori.....	6
2.1.1 Polinomial.....	6
2.1.2 Bilangan Kompleks .....	22

*commit to user*

2.1.3 Galat.....	24
2.1.4 Rekayasa Perangkat Lunak.....	25
2.2 Penelitian Terkait .....	34
2.3 Kerangka Pemikiran.....	46
<b>BAB III METODE PENELITIAN.....</b>	<b>47</b>
3.1 Pemilihan Sampel Polinomial .....	47
3.2 Penerapan Algoritma Secara Manual.....	47
3.3 Pembangunan Program Kalkulator .....	48
3.4 Pengujian Program Kalkulator.....	50
3.5 Penyelesaian Sampel Polinomial Menggunakan Kalkulator .....	50
3.6 Perbandingan Galat.....	51
<b>BAB IV PEMBAHASAN.....</b>	<b>52</b>
4.1 Sampel Polinomial Penelitian .....	52
4.2 Pencarian Akar Kompleks Polinomial Secara Manual .....	53
4.2.1 Pencarian Akar Kompleks Polinomial Derajat Dua .....	53
4.2.2 Pencarian Akar Kompleks Polinomial Derajat Tiga .....	53
4.2.3 Pencarian Akar Kompleks Polinomial Derajat Empat .....	63
4.3 Pembangunan Program Kalkulator Pencarian Akar Kompleks Polinomial Derajat $N$ .....	72
4.3.1 Analisa Kebutuhan Program Kalkulator.....	73
4.3.2 Perancangan Program Kalkulator.....	74
4.3.3 Implementasi Program Kalkulator.....	104
4.4 Hasil Implementasi Program Kalkulator.....	118
4.5 Pengujian Program Kalkulator dengan Metode <i>Black Box</i> .....	119
4.6 Penyelesaian Sampel Polinomial dan Analisa Perbandingan Galat.....	125
4.3.1 Polinomial Derajat Dua .....	126

*commit to user*

4.3.2	Polinomial Derajat Tiga.....	127
4.3.3	Polinomial Derajat Empat .....	136
4.3.4	Polinomial Derajat $N$ .....	140
BAB V PENUTUP.....		154
5.1	Kesimpulan .....	154
5.2	Saran.....	154
DAFTAR PUSTAKA .....		155



## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Simbol Elemen <i>Flowchart</i> .....	27
Tabel 2.2 Notasi <i>Use Case Diagram</i> .....	28
Tabel 2.3 Notasi <i>Activity Diagram</i> .....	29
Tabel 2.4 Notasi <i>Lifeline Sequence Diagram</i> .....	30
Tabel 2.5 Notasi <i>Message Sequence Diagram</i> .....	31
Tabel 2.6 Penelitian Terkait .....	42
Tabel 3.1 Algoritma Pencarian Akar Kompleks Polinomial Derajat $n$ .....	49
Tabel 4.1 Sampel Polinomial .....	52
Tabel 4.2 Nilai $u$ , $v$ , $\Delta u$ , dan $\Delta v$ Masing-Masing Iterasi Menggunakan Algoritma Bairstow pada Penyelesaian Polinomial Derajat Tiga ....	60
Tabel 4.3 Nilai $u$ , $v$ , $\Delta u$ , dan $\Delta v$ Masing-Masing Iterasi Menggunakan Revisi Algoritma Bairstow pada Penyelesaian Polinomial Derajat Tiga ....	62
Tabel 4.4 Nilai $u$ , $v$ , $\Delta u$ , dan $\Delta v$ Masing-Masing Iterasi Menggunakan Algoritma Bairstow pada Penyelesaian Polinomial Derajat Empat .	64
Tabel 4.5 Nilai $u$ , $v$ , $\Delta u$ , dan $\Delta v$ Masing-Masing Iterasi Menggunakan Revisi Algoritma Bairstow pada Penyelesaian Polinomial Derajat Empat .....	67
Tabel 4.6 Kebutuhan Fungsional Kalkulator Pencarian Akar Kompleks Polinomial Derajat $n$ .....	73
Tabel 4.7 Kebutuhan Non Fungsional Kalkulator Pencarian Akar Kompleks Polinomial Derajat $n$ .....	74
Tabel 4.8 <i>Use Case</i> dan Deskripsi <i>Use Case</i> .....	75
Tabel 4.9 Kesesuaian <i>Use Case</i> dengan Kebutuhan Fungsional .....	76
Tabel 4.10 <i>Scenario UC.1</i> : Mencari Akar Kompleks Polinomial Derajat 2 ...	77
Tabel 4.11 <i>Combine Scenario UC.1</i> : Mencari Akar Kompleks Polinomial Derajat 2 .....	78
Tabel 4.12 <i>Scenario UC.2</i> : Mencari Akar Kompleks Polinomial Derajat 3 ....	80
Tabel 4.13 <i>Combine Scenario UC.2</i> : Mencari Akar Kompleks Polinomial Derajat 3 .....	82
Tabel 4.14 <i>Scenario UC.3</i> : Mencari Akar Kompleks Polinomial Derajat 4 ....	84

Tabel 4.15 <i>Combine Scenario</i> UC.3 : Mencari Akar Kompleks Polinomial Derajat 4 .....	85
Tabel 4.16 <i>Scenario</i> UC.4 : Mencari Akar Kompleks Polinomial Derajat $n$ ....	88
Tabel 4.17 <i>Combine Scenario</i> UC.4 : Mencari Akar Kompleks Polinomial Derajat $n$ .....	89
Tabel 4.18 <i>Scenario</i> UC.5 : Melihat Petunjuk Penggunaan dan Informasi Program .....	92
Tabel 4.19 <i>Combine Scenario</i> UC.5 : Melihat Petunjuk Penggunaan dan Informasi Program .....	92
Tabel 4.20 Pengujian Program Kalkulator Menggunakan Metode <i>Black Box</i> .....	120
Tabel 4.21 Ringkasan Pengujian Program Kalkulator dengan Metode <i>Black Box</i> .....	125
Tabel 4.22 Hasil Pencarian Akar Kompleks Polinomial Derajat Dua Menggunakan Rumus Kuadrat .....	126
Tabel 4.23 Hasil Pencarian Akar Kompleks Polinomial Derajat Tiga .....	128
Tabel 4.24 Rata-Rata Galat Pencarian Akar Kompleks Polinomial Derajat Tiga .....	130
Tabel 4.25 Nilai $u$ , $v$ , $\Delta u$ , dan $\Delta v$ Masing-Masing Iterasi Menggunakan Revisi Algoritma Bairstow pada Penyelesaian $x^3 - 8x^2 + 19x + 12$ .....	135
Tabel 4.26 Hasil Pencarian Akar Kompleks Polinomial Derajat Empat .....	137
Tabel 4.27 Rata-Rata Galat dan Iterasi Pencarian Akar Kompleks Derajat Empat .....	139
Tabel 4.28 Hasil Pencarian Akar Kompleks Polinomial Derajat $n$ .....	142
Tabel 4.29 Hasil Pencarian Akar Kompleks Polinomial Derajat $n$ Menggunakan Kombinasi Algoritma dimana $n$ Merupakan Bilangan Ganjil .....	144
Tabel 4.30 Hasil Pencarian Akar Kompleks Polinomial Derajat $n$ Menggunakan Kombinasi Algoritma dimana $n$ Merupakan Bilangan Genap .....	147



Tabel 4.31 Rata-Rata Galat dan Iterasi Pencarian Akar Kompleks	
Derajat $n$ .....	152
Tabel Lampiran 1 Hasil Pencarian Akar Kompleks Polinomial	
$x^7 + 3x^6 - 4x^5 - 2x^3 + 2$ Menggunakan	
Revisi Bairstow – Muller .....	161
Tabel Lampiran 2 Hasil Perhitungan Program, Microsoft Excel, dan Matlab	
untuk Variabel $x_3$ .....	162





## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Grafik polinomial $x^2 - 13x - 30$ .....	7
Gambar 2.2 Grafik Polinomial $x^3 - 4x^2 - 2x + 3$ .....	7
Gambar 2.3 Grafik Polinomial $x^4 - 16x^3 + 86x^2 - 176x + 105$ .....	8
Gambar 2.4 Grafik Polinomial $x^8 - x^7 - 39x^6 + 37x^5 + 446x^4 -$ $108x^3 - 1928x^2 - 256x + 1920$ .....	8
Gambar 2.5 Grafik persamaan $x^2 - 13x - 30$ dimana $D > 0$ .....	11
Gambar 2.6 Grafik persamaan $x^2 + 18x + 81$ dimana $D = 0$ .....	11
Gambar 2.7 Grafik persamaan $x^2 + 5x + 11$ dimana $D < 0$ .....	11
Gambar 2.8 Grafik perbandingan letak akar antara Metode Secant (a) dan Metode Muller (b) .....	20
Gambar 3.1 Alur Metodologi .....	47
Gambar 4.1 <i>Use case diagram</i> Kalkulator .....	75
Gambar 4.2 <i>Activity Diagram</i> UC.1 : Mencari Akar Kompleks Polinomial Derajat 2 .....	80
Gambar 4.3 <i>Activity Diagram</i> UC.2 : Mencari Akar Kompleks Polinomial Derajat 3 .....	83
Gambar 4.4 <i>Activity Diagram</i> UC.3 : Mencari Akar Kompleks Polinomial Derajat 4 .....	87
Gambar 4.5 <i>Activity Diagram</i> UC.4 : Mencari Akar Kompleks Polinomial Derajat $n$ .....	91
Gambar 4.6 <i>Activity Diagram</i> UC.5 : Melihat Petunjuk Penggunaan dan Informasi Program .....	93
Gambar 4.7 Diagram Alur Kalkulator Polinomial .....	95
Gambar 4.8 Prototipe Tabulasi Polinomial Derajat 2 .....	96
Gambar 4.9 Prototipe Tabulasi Polinomial Derajat 3 .....	97
Gambar 4.10 Prototipe Tabulasi Polinomial Derajat 4 .....	97
Gambar 4.11 Prototipe Tabulasi Polinomial Derajat $n$ .....	98
Gambar 4.12 <i>Robustness Diagram</i> Program Kalkulator .....	99
Gambar 4.13 <i>Sequence Diagram</i> UC.1 Mencari Akar Kompleks Polinomial Derajat 2 <i>commit to user</i> .....	100

Gambar 4.14 <i>Sequence Diagram</i> UC.2 Mencari Akar Kompleks	
Polinomial Derajat 3 .....	101
Gambar 4.15 <i>Sequence Diagram</i> UC.3 Mencari Akar Kompleks	
Polinomial Derajat 4 .....	102
Gambar 4.16 <i>Sequence Diagram</i> UC.4 Mencari Akar Kompleks	
Polinomial Derajat $n$ .....	103
Gambar 4.17 <i>Class Diagram</i> Program Kalkulator .....	104
Gambar 4.18 <i>Flowchart</i> Rumus Kuadrat .....	105
Gambar 4.19 <i>Flowchart</i> Algoritma Cardano .....	106
Gambar 4.20 <i>Flowchart</i> Algoritma Viete's .....	107
Gambar 4.21 <i>Flowchart</i> Algoritma Bairstow .....	110
Gambar 4.22 <i>Flowchart</i> Revisi Algoritma Bairstow .....	113
Gambar 4.23 <i>Flowchart</i> Algoritma Muller .....	116
Gambar 4.24 Antarmuka Program Kalkulator Pencarian Akar Kompleks	
Polinomial Derajat $n$ .....	118
Gambar Lampiran 1 Tabulasi Penyelesaian Polinomial Derajat Dua .....	158
Gambar Lampiran 2 Tabulasi Penyelesaian Polinomial Derajat Tiga .....	158
Gambar Lampiran 3 Tabulasi Penyelesaian Polinomial Derajat Empat .....	159
Gambar Lampiran 4 Tabulasi Penyelesaian Polinomial Derajat $n$ .....	159
Gambar Lampiran 5 Tabulasi About .....	160

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Program Kalkulator Pencarian Akar Kompleks Polinomial .....	158
Lampiran 2. Perhitungan Sampel $x^7 + 3x^6 - 4x^5 - 2x^3 + 2$ menggunakan Revisi Bairstow – Muller .....	161



*commit to user*