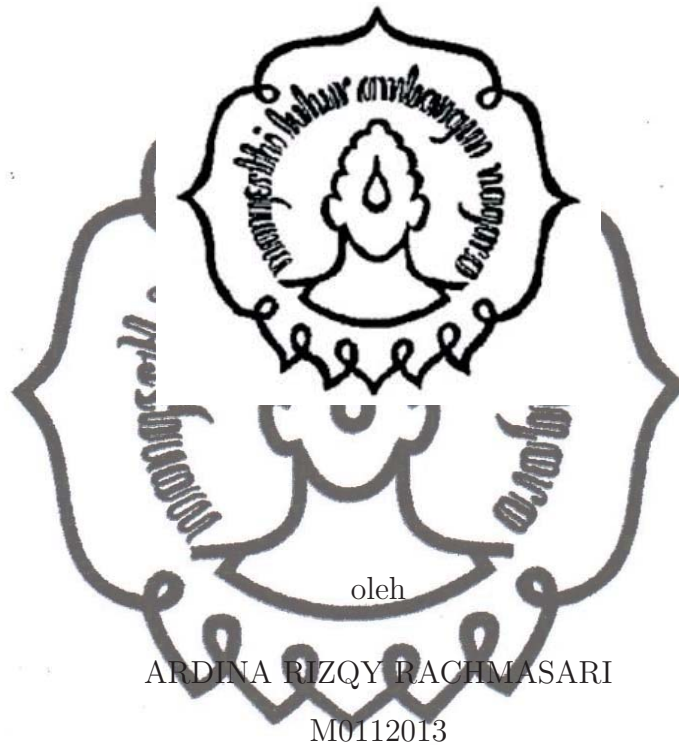


DIMENSI METRIK PADA GRAF *LOLLIPOP*, GRAF  
*MONGOLIAN TENT*, DAN GRAF *GENERALIZED*  
JAHANGIR



SKRIPSI

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan  
memperoleh gelar Sarjana Sains Matematika

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS SEBELAS MARET  
SURAKARTA

2016 *commits user*

DIMENSI METRIK PADA GRAF *LOLLIPOP*, GRAF *MONGOLIAN*  
*TENT*, DAN GRAF *GENERALIZED JAHANGIR*

SKRIPSI

ARDINA RIZQY RACHMASARI

NIM. M0112013

dibimbing oleh

Pembimbing


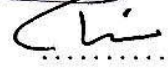
*TA Kumayanti*

Prof. Drs. Tri Atmojo K., M.Sc., Ph.D.

NIP. 19630826 198803 1 002

telah dipertahankan di hadapan Dewan Penguji  
dan dinyatakan memenuhi syarat  
pada hari Rabu, tanggal 1 Juni 2016

Dewan Penguji

Jabatan	Nama dan NIP	Tanda Tangan	Tanggal
Ketua	Drs. Sutrima, M.Si. NIP. 19661007 199302 1 001		15-6-2016
Sekretaris	Titin Sri Martini, S.Si., M.Kom. NIP. 19750120 200812 2 001		15-6-2016
Penguji	Prof. Drs. Tri Atmojo K., M.Sc., Ph.D. NIP. 19630826 198803 1 002	<i>TA Kumayanti</i>	15-6-2016

Disahkan  
di Surakarta pada tanggal **17 JUN 2016**

Kepala Program Studi Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Sebelas Maret Surakarta



*Supriyadi Widada*  
Supriyadi Widada, S.Si., M.Si.  
NIP. 19681110 199512 1 001

## ABSTRAK

Ardina Rizqy Rachmasari, 2016. DIMENSI METRIK PADA GRAF LOLLIPOP, GRAF MONGOLIAN TENT, DAN GRAF GENERALIZED JAHANGIR. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret.

Misal  $G$  adalah graf dengan himpunan *vertex*  $V(G)$  dan himpunan *edge*  $E(G)$ . Jarak  $d(u, v)$  antara *vertex*  $u$  dan  $v$  di  $G$  adalah panjang lintasan terpendek dari  $u$  ke  $v$ . Himpunan *vertex*  $S$  disebut himpunan pembeda dari graf  $G$  jika setiap *vertex* pada  $G$  memiliki jarak yang berbeda terhadap *vertex* di  $S$ . Dimensi metrik pada graf  $G$  adalah kardinalitas minimum dari himpunan pembeda. Graf *lollipop*  $L_{m,n}$  untuk  $m \geq 3$  adalah graf yang diperoleh dengan menggabungkan graf *complete*  $K_m$  dan *path*  $P_n$  oleh sebuah *bridge*. Graf *Mongolian tent*  $M_{m,n}$  adalah graf yang memuat  $P_m \times P_n$ ,  $n$  bilangan ganjil, dan menambahkan satu *vertex* di atas grid kemudian menggabungkan setiap *vertex* pada baris pertama dari  $P_m \times P_n$  ke *vertex* tersebut. Graf *generalized Jahangir*  $J_{m,n}$  untuk  $n \geq 3$  adalah graf dengan  $mn + 1$  *vertex* yang terdiri dari *cycle*  $C_{mn}$  dengan satu *vertex* tambahan yang *adjacent* ke  $n$  *vertex* pada  $C_{mn}$  dan berjarak  $m$  satu sama lain pada  $C_{mn}$ . Pada penelitian ini ditentukan dimensi metrik pada graf *lollipop*, graf *Mongolian tent*, dan graf *generalized Jahangir*.

Hasil penelitian menyatakan bahwa dimensi metrik pada graf *lollipop* adalah  $m - 1$ . Dimensi metrik pada graf *Mongolian tent* untuk  $n = 3, 5$  adalah 3; dimensi metrik pada graf *Mongolian tent* untuk  $n = 7, 9$  adalah  $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ ; dan dimensi metrik pada graf *Mongolian tent* untuk  $n \geq 11$  adalah  $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 1$ . Sedangkan dimensi metrik pada graf *generalized Jahangir* adalah  $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$  untuk  $m = 3$ ,  $\lfloor \frac{2n+2}{3} \rfloor$  untuk  $m$  genap, dan  $\lceil \frac{n}{2} \rceil$  untuk  $m$  ganjil.

**Kata kunci:** *dimensi metrik, himpunan pembeda, graf lollipop, graf Mongolian tent, graf generalized Jahangir*

## ABSTRACT

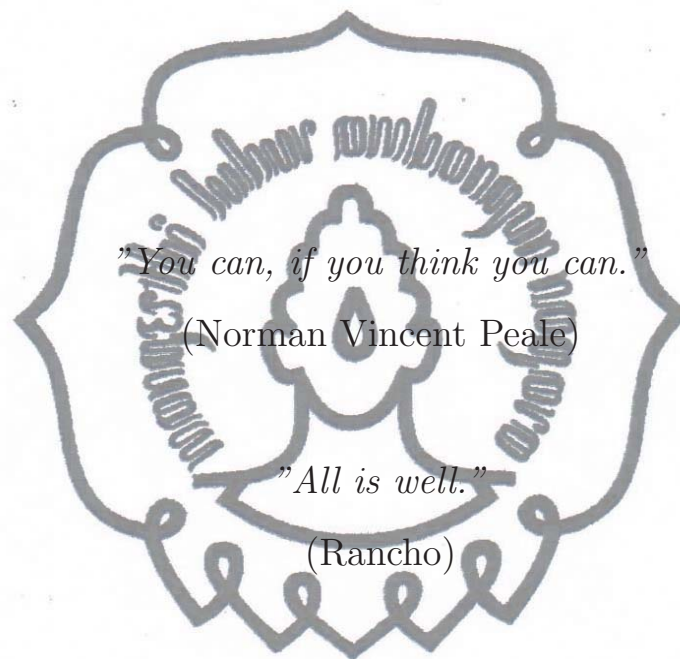
Ardina Rizqy Rachmasari, 2016. ON THE METRIC DIMENSION OF LOLLIPOP GRAPH, MONGOLIAN TENT GRAPH, AND GENERALIZED JAHANGIR GRAPH. Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sebelas Maret University.

Let  $G$  be a graph with vertex set  $V(G)$  and edge set  $E(G)$ . The distance  $d(u, v)$  between vertex  $u$  and  $v$  in  $G$  is the length of the shortest path from  $u$  to  $v$ . A set of vertices in  $S$  resolves a graph  $G$  if every vertex of  $G$  is uniquely determined by its vector of distance to the vertices in  $S$ . The metric dimension of a graph  $G$  is the minimum cardinality of a resolving set. A lollipop graph  $L_{m,n}$  for  $m \geq 3$  is the graph obtained by joining a complete graph  $K_m$  to a path graph  $P_n$  with a bridge. A mongolian tent graph  $M_{m,n}$  is the graph obtained from the graph Cartesian product  $P_m \times P_n$  for odd  $n$  by adding an extra vertex above the graph and joining every other vertex of the top row to the additional vertex. A generalized Jahangir graph  $J_{m,n}$  for  $n \geq 3$ , is a graph consisting of a cycle  $C_{mn}$  with one additional vertex which is adjacent to  $m$  vertices of  $C_{mn}$  at distance  $n$  to each other on  $C_{mn}$ . In this research we determine the metric dimension of a lollipop graph, a Mongolian tent graph, and a generalized Jahangir graph.

We obtain the results of this research as follows. The metric dimension of a lollipop graph is  $m - 1$ . The metric dimension of a Mongolian tent graph for  $n = 3, 5$  is 3, the metric dimension of a Mongolian tent graph for  $n = 7, 9$  is  $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ , and the metric dimension of a Mongolian tent graph for  $n \geq 11$  is  $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 1$ . The metric dimension of a generalized Jahangir graph  $J_{3,n}$  is  $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ , the metric dimension of a generalized Jahangir graph  $J_{m,n}$  for  $m$  even is  $\lfloor \frac{2n+2}{3} \rfloor$ , and the metric dimension of a generalized Jahangir graph  $J_{m,n}$  for  $m$  odd is  $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ .

**Keywords :** *metric dimension, resolving set, lollipop graph, Mongolian tent graph, generalized Jahangir graph*

## MOTO



"Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan."  
(QS. Al-Insyirah : 6)

*commit to user*

## PERSEMBAHAN



*commit to user*



## KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim,

Segala puji bagi Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Sholawat serta salam selalu dihaturkan kepada Nabi Muhammad SAW. Penulis menyadari bahwa terwujudnya skripsi ini berkat dorongan, dukungan, dan bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis menghaturkan terima kasih kepada

1. Prof. Drs. Tri Atmojo Kusmayadi, M.Sc., Ph.D. sebagai Pembimbing yang telah memberikan bimbingan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini,
2. anggota *Combinatorial Research Group* yang saling memberikan kritik, saran, dan dukungan sehingga skripsi ini bisa selesai, serta
3. semua pihak yang telah membantu kelancaran penulisan skripsi ini.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pembaca.

Surakarta, Juni 2016

Penulis

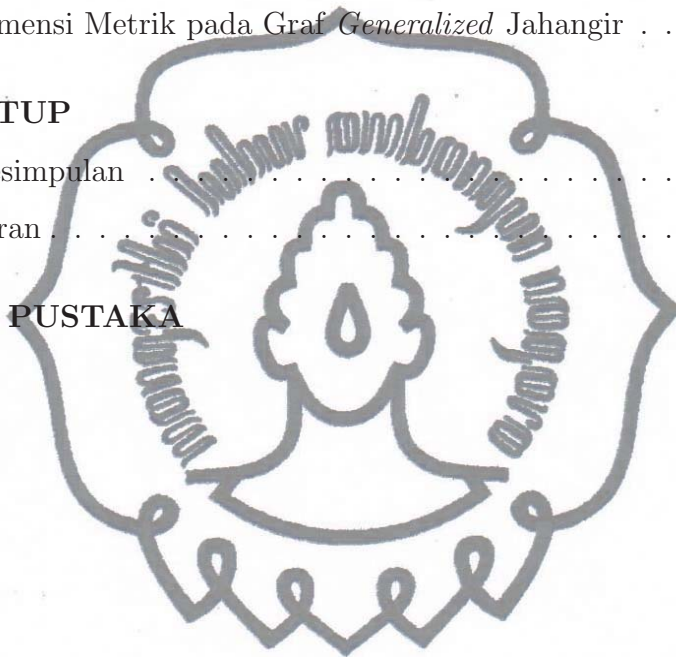
*commit to user*

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL . . . . .	i
PENGESAHAN . . . . .	ii
ABSTRAK . . . . .	iii
<i>ABSTRACT</i> . . . . .	iv
MOTO . . . . .	v
PERSEMBAHAN . . . . .	vi
KATA PENGANTAR . . . . .	vii
DAFTAR ISI . . . . .	ix
DAFTAR GAMBAR . . . . .	x
DAFTAR NOTASI . . . . .	xi
 <b>I PENDAHULUAN</b>	 <b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Perumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Tujuan . . . . .	2
1.4 Manfaat . . . . .	3
 <b>II LANDASAN TEORI</b>	 <b>4</b>
2.1 Tinjauan Pustaka . . . . .	4
2.2 Teori Penunjang . . . . .	5
2.2.1 Definisi Dasar Graf . . . . .	5
2.2.2 Operasi pada Graf . . . . .	8
2.2.3 Kelas-Kelas Graf . . . . .	10
2.2.4 Dimensi Metrik . . . . .	11



2.3 Kerangka Pemikiran . . . . .	13
<b>III METODE PENELITIAN</b>	<b>15</b>
<b>IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	<b>16</b>
4.1 Dimensi Metrik pada Graf <i>Lollipop</i> . . . . .	16
4.2 Dimensi Metrik pada Graf <i>Mongolian tent</i> . . . . .	18
4.3 Dimensi Metrik pada Graf <i>Generalized Jahangir</i> . . . . .	22
<b>V PENUTUP</b>	<b>29</b>
5.1 Kesimpulan . . . . .	29
5.2 Saran . . . . .	29
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	<b>30</b>

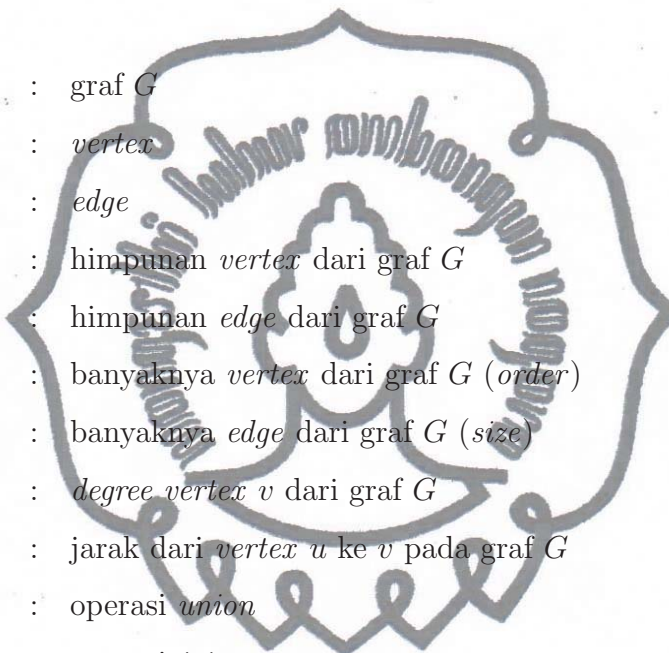


## DAFTAR GAMBAR

2.1	Graf $G$ . . . . .	6
2.2	Graf $H$ dan $H'$ yang isomorfik . . . . .	7
2.3	Graf <i>complete</i> . . . . .	8
2.4	Graf $G_1$ dan $G_2$ (kiri) dan <i>union</i> $G_1$ dan $G_2$ (kanan). . . . .	8
2.5	Operasi <i>join</i> (kiri) dan <i>product</i> (kanan) dari $G_1$ dan $G_2$ . . . . .	9
2.6	$P_3 \odot C_3$ . . . . .	9
2.7	Graf <i>lollipop</i> $L_{m,n}$ . . . . .	10
2.8	Graf <i>Mongolian tent</i> $M_{m,n}$ . . . . .	11
2.9	Graf <i>generalized Jahangir</i> $J_{m,n}$ . . . . .	11
2.10	Graf $G_3$ . . . . .	12

*commit to user*

## DAFTAR NOTASI



$G$	: graf $G$
$u, v$	: <i>vertex</i>
$e, uv$	: <i>edge</i>
$V(G)$	: himpunan <i>vertex</i> dari graf $G$
$E(G)$	: himpunan <i>edge</i> dari graf $G$
$ V(G) $	: banyaknya <i>vertex</i> dari graf $G$ ( <i>order</i> )
$ E(G) $	: banyaknya <i>edge</i> dari graf $G$ ( <i>size</i> )
$\deg v$	: <i>degree vertex</i> $v$ dari graf $G$
$d(u, v)$	: jarak dari <i>vertex</i> $u$ ke $v$ pada graf $G$
$\cup$	: operasi <i>union</i>
$+$	: operasi <i>join</i>
$\times$	: operasi <i>product</i>
$\odot$	: operasi korona
$\subset$	: himpunan bagian
$\in$	: anggota
$\not\cong$	: tidak isomorfik
$\forall$	: untuk setiap
$\emptyset$	: himpunan kosong
$\Leftrightarrow$	: jika dan hanya jika
$\square$	: akhir bukti
$\lceil x \rceil$	: bilangan bulat terkecil yang lebih besar atau sama dengan $x$
$\lfloor x \rfloor$	: bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan $x$

$ W $	: kardinalitas dari himpunan $W$
$r(v W)$	: representasi jarak setiap <i>vertex</i> $v$ terhadap $W$
$\dim(G)$	: dimensi metrik pada graf $G$
$P_n$	: graf <i>path</i> ber-order $n$
$K_n$	: graf <i>complete</i> ber-order $n$
$C_n$	: graf <i>cycle</i> ber-order $n$
$DC_n$	: graf <i>double cones</i> ber-order $n + 2$
$B_n$	: graf <i>book</i> ber-order $2n + 2$
$L_{m,n}$	: graf <i>lollipop</i> ber-order $m + n$
$M_{m,n}$	: graf <i>Mongolian tent</i> ber-order $mn + 1$
$J_{m,n}$	: graf <i>generalized Jahangir</i> ber-order $mn + 1$

