

# MODEL REGRESI TERBOBOTI GEOGRAFIS DENGAN FUNGSI PEMBOBOT KERNEL *GAUSSIAN*, *BISQUARE*, DAN *TRICUBE* PADA PERSENTASE KEMISKINAN DI PROVINSI JAWA TENGAH

Nungki Fauzi T A N, Isnandar Slamet, Muslich  
Program Studi Matematika FMIPA UNS

**ABSTRAK.** Kemiskinan merupakan permasalahan yang belum terselesaikan secara tuntas di Provinsi Jawa Tengah. Persentase kemiskinan di Jawa Tengah saat ini sebesar 13.32% lebih tinggi dari angka kemiskinan nasional yang mencapai 11.13%. Perbedaan lokasi menjadi persoalan dalam menentukan faktor yang memengaruhi kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah. Untuk mengatasi adanya pengaruh lokasi dalam memprediksi variabel dependen dapat digunakan model regresi terboboti geografis. Regresi terboboti geografis (RTG) dengan fungsi pembobot kernel dapat digunakan untuk menentukan model untuk setiap lokasi. Beberapa fungsi kernel yang dapat digunakan sebagai pembobot antara lain *Gaussian*, *bisquare*, dan *tricube*. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan model regresi terboboti geografis dengan fungsi pembobot kernel *Gaussian*, *bisquare*, dan *tricube* pada data persentase kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah. Selanjutnya, ditunjukkan nilai  $R^2$  dan nilai AIC dari masing-masing model.

**Kata kunci :** persentase kemiskinan, regresi terboboti geografis, fungsi kernel.

## 1. PENDAHULUAN

Kemiskinan merupakan permasalahan yang belum terselesaikan secara tuntas di Indonesia. Kondisi masyarakat miskin dapat diketahui berdasarkan kurangnya kemampuan pendapatan dalam memenuhi standar hidup (Nugroho [6]). Kemiskinan diukur berdasarkan rendahnya kemampuan pendapatan dalam memenuhi kebutuhan-kebutuhan pokok seperti pangan, kesehatan, perumahan atau pemukiman dan pendidikan. Rendahnya kemampuan pendapatan diartikan pula sebagai rendahnya daya beli atau kemampuan untuk mengkonsumsi. Chaudry dan Wimer [2] menyatakan bahwa kemiskinan merupakan indikator penting dari kesejahteraan masyarakat dan kesejahteraan anak. Kemiskinan dan penghasilan keluarga yang rendah berakibat pada hasil perkembangan anak yang lebih buruk, terutama perkembangan dari segi kognitif dan pendidikan.

Dalam menentukan suatu wilayah tergolong miskin atau tidak, perlu diterapkan analisis yang dibedakan pada setiap wilayah sehingga data yang digunakan merupakan data spasial. Menurut Guting [5], data spasial adalah data yang berhubungan dengan ruang yang ditempati oleh benda yang dapat berupa titik, garis dan ruang. Dalam model regresi analisis data spasial yang berupa titik dapat dilakukan dengan regresi terboboti geografis. Model regresi terboboti geografis adalah model yang

digunakan untuk menganalisis data spasial yang menghasilkan estimasi parameter model yang bersifat lokal untuk setiap lokasi dan berbeda dengan lokasi lainnya (Fotheringham [3]). Model regresi terboboti geografis merupakan bagian dari analisis spasial dengan pembobotan berdasarkan posisi atau jarak satu lokasi pengamatan dengan lokasi pengamatan yang lain. Dengan titik lokasi merupakan koordinat bujur dan lintang suatu daerah pada peta.

Dalam penelitian ini dibahas mengenai model regresi global terbaik pada data persentase kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah. Selanjutnya analisis tersebut dikembangkan kedalam model regresi terboboti geografis dengan fungsi pembobot kernel *Gaussian*, *bisquare*, dan *tricube* pada persentase kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah.

## 2. REGRESI TERBOBOTI GEOGRAFIS

Regresi terboboti geografis (RTG) merupakan pengembangan dari model regresi linier dengan asumsi adanya heterogenitas spasial pada error. Dalam regresi terboboti geografis variabel dependen bergantung pada lokasi daerah. Model regresi terboboti geografis dirumuskan sebagai

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^{p-1} \beta_k(u_i, v_i)x_{i,k} + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.1)$$

dengan  $y_i$  adalah nilai observasi variabel dependen pada lokasi  $i$ ,  $x_{i,k}$  adalah nilai observasi variabel independen ke- $k$  pada lokasi  $i$ ,  $\beta_0(u_i, v_i)$ ,  $\beta_1(u_i, v_i)$ ,  $\dots$ ,  $\beta_{p-1}(u_i, v_i)$  adalah parameter-parameter model regresi terboboti geografis,  $(u_i, v_i)$  menyatakan titik koordinat (*longitude*, *latitude*) lokasi ke- $i$ , dan  $\varepsilon_i$  adalah error pada lokasi ke- $i$  (Fotheringham *et al.* [3]). Penaksiran parameter model RTG dilakukan dengan menggunakan metode *weighted least square* (WLS) yaitu dengan memberikan pembobot yang berbeda pada tiap lokasi. Dengan pembobot lokasi ke- $i$  terhadap lokasi yang lain  $j$  adalah  $w_{ij}(u_i, v_i)$  maka jumlah kuadrat error yang telah diberi pembobot dinyatakan dengan

$$\sum_1^n w_{ij}\varepsilon_j^2 = \sum_1^n w_{ij} \left( y_i - \left( \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^{p-1} \beta_k(u_i, v_i)x_{i,k} \right) \right)^2, \quad (2.2)$$

sehingga diperoleh estimasi parameter model RTG untuk setiap lokasinya adalah

$$\hat{\beta}(u_i, v_i) = (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} \quad (2.3)$$

dengan  $\mathbf{W}(u_i, v_i) = \text{diag}[w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{in}]$ ,  $\mathbf{X}$  adalah matriks variabel independen, dan  $\mathbf{Y}$  adalah matriks variabel dependen.

Pembobot untuk lokasi ke- $i$  digunakan untuk menaksir parameter dari model RTG. Berikut fungsi pembobot kernel yang dapat digunakan

(1) *Gaussian*

$$w_{ij}(u_i, v_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}(d_{ij}/b)^2\right) \quad (2.4)$$

(2) *Bisquare*

$$w_{ij}(u_i, v_i) = \begin{cases} [1 - (d_{ij}/b)^2]^2, & d_{ij} \leq b, \\ 0, & d_{ij} > b, \end{cases} \quad (2.5)$$

(3) *Tricube*

$$w_{ij}(u_i, v_i) = \begin{cases} [1 - (d_{ij}/b)^3]^3, & d_{ij} \leq b, \\ 0, & d_{ij} > b, \end{cases} \quad (2.6)$$

dengan  $d_{ij}$  adalah jarak euclidean antar lokasi  $i$  dan  $j$  sedangkan  $b$  merupakan *bandwidth*. *Bandwidth* merupakan radius lingkaran dimana titik yang berada di dalamnya dianggap masih berpengaruh dalam pembentukan parameter model. Penentuan *bandwidth* optimum diperoleh dari nilai koefisien *cross validation* (CV) yang minimum, dengan rumus

$$CV = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [y_i - \hat{y}_{\neq i}(b)]^2, \quad (2.7)$$

dengan  $\hat{y}_{\neq i}(b)$  adalah nilai taksiran variabel dependen dengan pengamatan di lokasi- $i$  dihilangkan dari proses prediksi (Fotheringham *et al.* [3]).

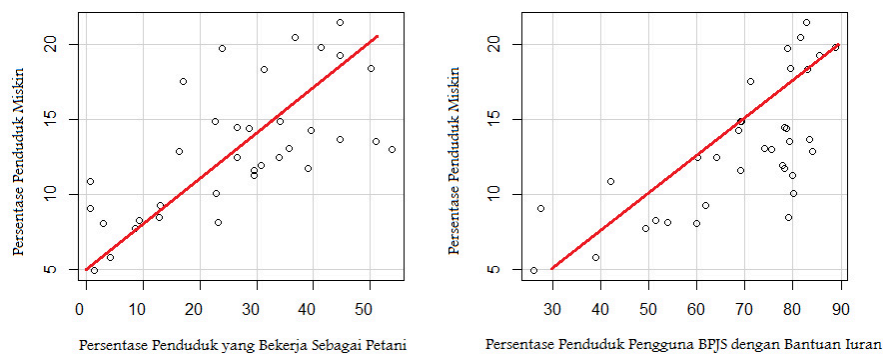
### 3. METODE PENELITIAN

**3.1. Data Penelitian.** Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data persentase kemiskinan dan faktor yang memengaruhi kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah tahun 2015 yang diambil dari *website* Badan Pusat Statistik [1]. Data terdiri atas 12 variabel independen yaitu tingkat partisipasi angkatan kerja ( $X_1$ ), persentase penduduk yang bekerja sebagai petani ( $X_2$ ), dan IPM( $X_3$ ) sebagai faktor yang berpengaruh dari segi ketenagakerjaan. Selanjutnya laju pertumbuhan penduduk ( $X_4$ ) sebagai faktor yang berpengaruh dari segi kependudukan.

Kemudian persentase penduduk yang tidak memiliki ijazah SD ( $X_5$ ), persentase penduduk tamat SD/ sederajat ( $X_6$ ), persentase penduduk tamat SMP/ sederajat

( $X_7$ ), persentase penduduk tamat SMA/ sederajat ke atas ( $X_8$ ) sebagai faktor yang memengaruhi kemiskinan dari segi pendidikan. Dari segi kebutuhan pangan faktor yang memengaruhi kemiskinan yaitu upah minimum kerja ( $X_9$ ), pengeluaran per kapita ( $X_{10}$ ). Selanjutnya persentase rumah tangga dengan sanitasi biasa ( $X_{11}$ ) dan pengguna BPJS penerima bantuan iuran ( $X_{12}$ ) sebagai faktor yang berpengaruh dari segi kesehatan.

Sementara itu, variabel dependen yang digunakan adalah persentase kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah. Berikut ditunjukkan hubungan antara Y dengan  $X_2$  dan  $X_{12}$  seperti yang tampak pada Gambar 1.



Gambar 1. Grafik hubungan Y dengan  $X_2$  dan  $X_{12}$

Dari gambar 1 menunjukkan bahwa hubungan antara Y dengan  $X_2$  dan  $X_{12}$  mengikuti pola data linier yang berarti bahwa data dapat dimodelkan dengan model regresi linier.

**3.2. Langkah-langkah Penelitian.** Penelitian dilakukan dengan terlebih dahulu menentukan model regresi global dengan metode regresi bertahap dan mengestimasi parameter koefisien regresi dengan metode kuadrat terkecil (MKT). Langkah berikutnya adalah menguji asumsi klasik analisis regresi. Selain uji asumsi klasik, uji selanjutnya adalah mengidentifikasi efek spasial pada data dengan menggunakan uji heterogenitas spasial. Jika asumsi heterogenitas spasial dipenuhi maka dapat digunakan regresi terboboti geografis untuk mengatasi permasalahan heterogenitas yang terdapat pada model. Selanjutnya parameter koefisien regresi terboboti geografis diestimasi menggunakan metode *weighted least square* dengan fungsi pembobot kernel *Gaussian*, *bisquare*, dan *tricube*.

## 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

**4.1. Metode Kuadrat Terkecil.** Dengan menggunakan metode kuadrat terkecil diperoleh model regresi linear untuk data persentase kemiskinan di Jawa Tengah tahun 2015 sebagai berikut

$$Y = 3.736 + 0.084X_2 - 11.622X_4 + 0.120X_{11} + 0.090X_{12}. \quad (4.1)$$

Dari model yang diperoleh dapat diketahui bahwa dari 12 variabel independen yang ada hanya 4 variabel independen yang berpengaruh secara signifikan, yaitu persentase penduduk yang bekerja sebagai petani ( $X_2$ ), laju pertumbuhan penduduk ( $X_4$ ), persentase rumah tangga dengan sanitasi biasa ( $X_{11}$ ), dan pengguna BPJS penerima bantuan iuran ( $X_{12}$ ). Pada model (4.1) menghasilkan nilai koefisien determinasi ( $R^2$ ) sebesar 67.85%.

**4.2. Uji Asumsi Klasik.** Pada model regresi linier dilakukan uji asumsi klasik analisis regresi yang terdiri dari dua uji, yaitu uji normalitas dan uji multikolinearitas (Gujarati [4]).

- (1) Uji Asumsi Normalitas. Pengujian asumsi ini menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Diperoleh nilai statistik uji  $D_{hitung} = 0.120$  lebih kecil dari  $D_{(0.1;35)} = 0.202$  yang berarti bahwa error berdistribusi normal.
- (2) Uji Asumsi Multikolinearitas. Pengujian asumsi ini menggunakan nilai *variance inflation factor* (VIF). Diperoleh nilai VIF untuk  $X_2$ ,  $X_4$ ,  $X_{11}$ , dan  $X_{12}$  adalah 2.480, 1.213, 1.114 dan 2.428. Karena nilai VIF masing-masing variabel independen kurang dari 5 maka tidak terdapat multikolinearitas.

**4.3. Heterogenitas Spasial.** Pengujian adanya heterogenitas spasial dilakukan dengan uji Breusch-Pagan (uji BP). Dari pengujian tersebut diperoleh nilai BP yaitu 11.438 yang hasilnya lebih besar dari nilai tabel  $\chi^2_{(0.1;4)} = 7.779$  yang berarti terdapat heterogenitas spasial. Adanya efek heterogenitas spasial mengakibatkan variansi error tidak homogen dan terdapat indikasi pengelompokan wilayah sehingga model regresi global tidak tepat digunakan. Untuk itu digunakan regresi terboboti geografis untuk menentukan model.

**4.4. Model Regresi Terboboti Geografis.** Model regresi terboboti geografis dibentuk berdasarkan empat variabel independen yang telah diperoleh dari model

regresi global yaitu  $X_2$ ,  $X_4$ ,  $X_{11}$ , dan  $X_{12}$ . Dalam menentukan nilai estimasi parameter model RTG tergantung pada pembobot dari masing-masing lokasi. Untuk itu, perlu ditentukan terlebih dahulu *bandwidth* optimum yang diperoleh dari nilai CV yang minimum. Nilai *bandwidth* yang diperoleh seperti pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai *bandwidth* dan CV minimum berdasarkan fungsi pembobot

fungsi pembobot	nilai <i>bandwidth</i>	nilai CV
<i>Gaussian</i>	2.793993	285.3083
<i>Bisquare</i>	2.794016	291.1594
<i>Tricube</i>	2.794004	290.0084

Kemudian nilai *bandwidth* digunakan untuk menentukan matriks pembobot dari masing-masing RTG. Berdasarkan persamaan (2.4), (2.5), (2.6) diperoleh nilai pembobot untuk setiap lokasi. Selanjutnya nilai pembobot tersebut digunakan untuk menentukan matriks pembobot pada setiap lokasi pengamatan. Berikut contoh matriks pembobot kernel *bisquare* untuk Kabupaten Banjarnegara

$$W(u_4, v_4) = \begin{pmatrix} 0.88729 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0.95637 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0.87464 \end{pmatrix}.$$

Matriks pembobot tersebut selanjutnya digunakan untuk menentukan nilai estimasi parameter model RTG  $\hat{\beta}(u_4, v_4)$  seperti pada persamaan (2.3) sehingga diperoleh

$$\hat{\beta}(u_4, v_4) = \begin{pmatrix} 3.484 \\ 0.094 \\ -11.049 \\ 0.120 \\ 0.090 \end{pmatrix}.$$

Sehingga dapat ditunjukkan model regresi terboboti geografis untuk Kabupaten Banjarnegara seperti pada Tabel 3.

Tabel 2. Model RTG dan nilai  $R^2$  lokal Kabupaten Banjarnegara

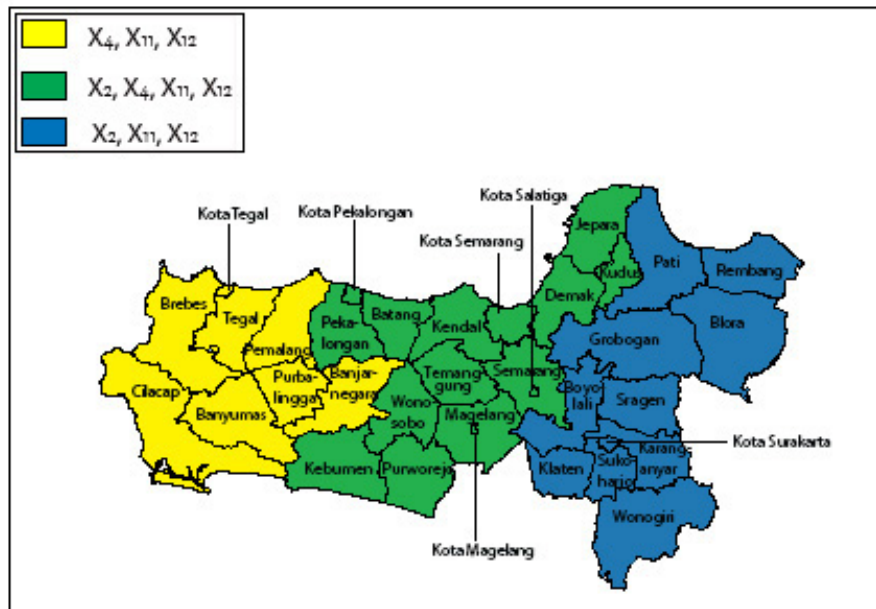
Fungsi Pembobot	Model RTG	$R^2$ lokal
<i>Gaussian</i>	$\hat{y}_4 = 0.089x_{4,2} - 10.994x_{4,4} + 0.119x_{4,11} + 0.091x_{4,12}$	0.685
<i>Bisquare</i>	$\hat{y}_4 = 0.094x_{4,2} - 11.049x_{4,11} + 0.090x_{4,12}$	0.705
<i>Tricube</i>	$\hat{y}_4 = 0.094x_{4,2} - 11.311x_{4,4} + 0.119x_{4,11} + 0.088x_{4,12}$	0.701

Selanjutnya dapat ditunjukkan nilai  $R^2$  dan nilai AIC model regresi terboboti geografis di Provinsi Jawa Tengah secara keseluruhan. Hal ini dapat ditunjukkan oleh Tabel 3

Tabel 3. Nilai  $R^2$  dan nilai AIC model RTG di Provinsi Jawa Tengah

Fungsi Pembobot	nilai $R^2$	nilai AIC
<i>Gaussian</i>	0.686	165.373
<i>Bisquare</i>	0.712	163.538
<i>Tricube</i>	0.703	164.215

Berdasarkan Tabel 3 diperoleh model regresi terboboti geografis dengan fungsi pembobot kernel *bisquare* dengan nilai  $R^2=0.712$ . Hal ini berarti bahwa 71.2% variabel dependen dipengaruhi oleh variabel independen dan 28.8% dipengaruhi oleh variabel lain. Dari model regresi terboboti geografis tersebut dapat disusun klasifikasi wilayah di Provinsi Jawa Tengah berdasarkan faktor yang memengaruhi kemiskinan seperti pada Gambar 2.



Gambar 2. Pembagian wilayah berdasarkan faktor yang memengaruhi kemiskinan kabupaten/kota di Provinsi Jawa Tengah

Gambar 2 menunjukkan pemetaan wilayah berdasarkan model regresi terboboti geografis dengan fungsi pembobot kernel *bisquare*. Dengan perbedaan warna menunjukkan variabel independen yang memengaruhi persentase kemiskinan di daerah tersebut.

## 5. KESIMPULAN

Model regresi global dari persentase kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah adalah

$$Y = 3.736 + 0.084X_2 - 11.622X_4 + 0.120X_{11} + 0.090X_{12},$$

dengan faktor yang berpengaruh secara signifikan pada model adalah  $X_2$ ,  $X_4$ ,  $X_{11}$ , dan  $X_{12}$ . Pada model ini dihasilkan nilai  $R^2$  sebesar 68.75% yang berarti bahwa 68.75% variabel dependen dijelaskan oleh variabel independen dan 31.25% dijelaskan oleh variabel lain.

Karena terdapat pengaruh lokasi pada model regresi global maka digunakan model regresi terboboti geografis untuk memprediksi persentase kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah. Berikut sebagai contoh model regresi terboboti geografis dengan fungsi pembobot kernel *Gaussian*, *bisquare*, dan *tricube* untuk Kabupaten Banjarnegara adalah

(1) *Gaussian*

$$\hat{y}_4 = 0.089x_{4,2} - 10.994x_{4,4} + 0.119x_{4,11} + 0.091x_{4,12}.$$

(2) *Bisquare*

$$\hat{y}_4 = 0.094x_{4,2} - 11.049x_{4,11} + 0.090x_{4,12}.$$

(3) *Tricube*

$$\hat{y}_4 = 0.094x_{4,2} - 11.311x_{4,4} + 0.119x_{4,11} + 0.088x_{4,12}.$$

Model ini menunjukkan perbedaan faktor yang memengaruhi persentase kemiskinan di Kabupaten Banjarnegara berdasarkan fungsi pembobot yang digunakan.

## DAFTAR PUSTAKA

1. Badan Pusat Statistik, *Provinsi Jawa Tengah dalam angka tahun 2016*, Jakarta, 2016.
2. Chaudry, A., and C. Wimer., *Poverty is Not Just an Indicator: The Relationship between Income, Poverty, and Child Well-Being*, Academic Pediatrics **16** (2016), no. 3, S23–S29.
3. Fotheringham, S., C. Brunson, dan M. Charlton, *Geographically Weighted Regression - The Analysis of Spatially Varying Relationships*, Wiley, Chichester, 2002.
4. Gujarati, N. D., *Essential of Econometrics*, McGraw-Hill, Inc, 2006.
5. Gutting, R.H., *An Introduction to Spatial Database Systems*, The International Journal on Very Large Data Bases **3** (1994), no. 4, 357–399.
6. Nugroho, H., *Kemiskinan, Ketimpangan, dan Kesenjangan*, Aditya Media, Yogyakarta, 1995.