

## MODEL ANTRIAN BUS ANTAR KOTA DI TERMINAL TIRTONADI

Wadzkur Rahmaan Luthfi Syarifudin, Hasih Pratiwi, Supriyadi Wibowo  
Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu pengetahuan Alam  
Universitas Sebelas Maret Surakarta

**ABSTRAK.** Bertambahnya jumlah trayek bus antar kota menyebabkan adanya antrian bus di terminal. Sistem antrian pada pos pemberangkatan di terminal Tirtonadi akan dianalisis menggunakan teori antrian. Tujuan penelitian ini adalah untuk mendapatkan model-model antrian pada masing-masing jalur pemberangkatan dan menghitung ukuran-ukuran kinerja sistem pelayanan di terminal Tirtonadi. Analisis sampel data primer meliputi uji kesetimbangan (*steady state*) dan uji kecocokan distribusi pada data jumlah kedatangan bus dan lama waktu pelayanan bus. Selanjutnya, diturunkan model-model antrian pada sistem pelayanan dan dihitung ukuran kinerja sistem. Berdasarkan analisis dapat disimpulkan bahwa model antrian semua jalur pemberangkatan adalah mengikuti  $(M/G/1) : (FIFO/\infty/\infty)$ . Perhitungan pada semua ukuran kinerja sistem menunjukkan sistem antrian pada terminal Tirtonadi sudah baik ditandai dengan nilai  $L_q$  dan  $W_s$  yang kecil.

**Kata Kunci :** *Sistem antrian, Terminal Tirtonadi, steady state*

### 1. PENDAHULUAN

Suatu antrian terbentuk apabila banyaknya pelanggan yang akan dilayani melebihi kapasitas layanan yang tersedia, sehingga terjadi situasi dimana pelanggan harus antri untuk mendapatkan suatu layanan (Bronson [2]). Berbagai peristiwa antrian sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Nasabah mengantri pada suatu bank, antrian kereta api di stasiun, antrian bus di terminal dan masih banyak lagi. Beberapa contoh tersebut menunjukkan keadaan terjadinya sistem antrian, dimana ada pihak yang berdatangan dan memasuki barisan antrian yang seterusnya memerlukan pelayanan.

Antrian adalah orang-orang atau barang dalam barisan yang sedang menunggu untuk dilayani (Barry *et al.* [1]). Suatu proses antrian merupakan suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan seorang pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan, kemudian menunggu dalam suatu baris antrian. Jika semua pelayanannya sibuk atau jika pelanggan sudah dilayani, maka pelanggan akhirnya meninggalkan fasilitas tersebut (Hillier dan Lieberman [4]). Pada umumnya situasi antrian memiliki masa sibuk atau periode sibuk. Periode sibuk dapat digambarkan dengan proses dari sistem antrian dimulai ketika pelanggan tiba, kemudian menunggu, dan akan berakhir ketika pelanggan meninggalkan sistem. Sepanjang periode sibuk selalu ada setidaknya satu pelanggan dalam sistem (Ferreira *et al.* [3]). Menurut Wospakrik [9], sistem

antrian adalah himpunan pelanggan, pelayanan beserta aturan yang mengatur antara kedatangan pelanggan dan pemrosesan masalah model antrian. Karakteristik sistem antrian disajikan oleh Kendall dan Hill [6]. Karakteristik tersebut digunakan untuk mengidentifikasi model antrian dan asumsi-asumsi yang harus dipenuhi dengan bentuk  $(a/b/c) : (d/e/f)$ , dan diketahui sebagai notasi Kendall. Teori antrian ditemukan dan dikembangkan oleh A. K. Erlang, seorang insinyur dari Denmark yang bekerja pada perusahaan telepon di Kopenhagen pada tahun 1910. Hasil penelitian Erlang diperluas penggunaannya dalam teori antrian (Supranto [8]). Kakiay [5] melakukan penelitian dengan menganalisis model  $(M/G/1) : (GD/\infty/\infty)$  pada sistem antrian. Sugito dan Fauziah [7] melakukan penelitian dengan menganalisis sistem antrian kereta api di stasiun Besar Cirebon dan stasiun Cirebon Prujakan.

Terminal Tirtonadi adalah terminal bus terbesar di Kota Surakarta. Terminal Tirtonadi beroperasi 24 jam karena merupakan jalur yang menghubungkan antara angkutan bus dari Jawa Timur dan Jawa Barat. Bertambahnya jumlah trayek bus antar kota menyebabkan adanya antrian bus di jalur keberangkatan terminal Tirtonadi. Permasalahan antrian bus dapat disajikan dengan model antrian. Pada penelitian ini akan dianalisis sistem antrian di terminal Tirtonadi. Analisis perilaku sistem antrian dilakukan dengan menggunakan asumsi sistem mencapai keadaan setimbang (*steady-state*) agar laju kedatangan pelanggan tidak melebihi laju pelayanan sehingga sistem dapat berjalan dengan baik. Tujuan penelitian ini adalah menentukan model antrian yang tepat dan kinerja utama sistem antrian di terminal Tirtonadi.

## 2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penerapan sistem antrian dengan data primer dari observasi di terminal Tirtonadi pada masing-masing jalur pemberangkatan bus. Waktu penelitian dilaksanakan pada hari Sabtu dan Senin, 10 dan 12 Desember 2016 pukul 07.00-17.00 WIB. Data yang diambil adalah banyaknya kedatangan, banyaknya pelayanan dan lama waktu pelayanan. Diasumsikan proses kedatangan dan pelayanan setiap hari dianggap mewakili populasi hari-hari lainnya. Berikut adalah langkah-langkah yang digunakan untuk mencapai tujuan penelitian ini.

- (1) Pengumpulan data, merekap data hasil penelitian berupa banyaknya kedatangan bus, banyaknya pelayanan bus dan lama waktu pelayanan bus.
- (2) Pengecekan kondisi kesetimbangan (*steady state*), data yang diperoleh memenuhi kondisi yaitu  $\rho = \frac{\lambda}{c\mu} < 1$ , dengan  $\lambda$  adalah laju kedatangan pelanggan

- (per menit),  $\mu$  adalah laju pelayanan pelanggan (per menit) dan  $\rho$  adalah faktor utilisasi.
- (3) Melakukan uji kecocokan distribusi dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov yang digunakan untuk menentukan model antrian yang sesuai dengan data.
  - (4) Melakukan perhitungan ukuran kinerja sistem antrian, yaitu menghitung ekspektasi jumlah pelanggan dalam sistem ( $L_s$ ), ekspektasi jumlah pelanggan dalam antrian ( $L_q$ ), ekspektasi waktu menunggu dalam sistem ( $W_s$ ) dan ekspektasi waktu menunggu dalam antrian ( $W_q$ ).
  - (5) Membuat kesimpulan tentang sistem pelayanan bus di terminal Tirtonadi.

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

**3.1. Gambaran Umum dan Analisis Deskriptif.** Pada uraian berikut diberikan deskripsi data banyaknya kedatangan bus, banyaknya pelayanan bus, dan lama waktu pelayanan bus pada lima jalur pelayanan. Interval waktu yang digunakan 15 menit.

**3.1.1. Jalur Satu.** Jalur satu melayani bus tujuan Jakarta, Jogjakarta, Magelang, Purwokerto, Lintas dari Surabaya, Bandung dan Lintas Sumatra. Locket ini disediakan 1 (satu) yaitu pada loket 1 (satu). Pada bagian loket ini diperoleh data yang ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Data Banyaknya Kedatangan, Banyaknya Pelayanan dan Lama Waktu Pelayanan Jalur Satu.

Hari, Tanggal	Banyaknya Kedatangan (bus)	Banyaknya Pelayanan (bus)	Lama Waktu Pelayanan (menit)
Sabtu, 10 Desember 2016	107	107	311
Senin, 12 Desember 2016	107	107	309
Jumlah	214	214	620

**3.1.2. Jalur Dua.** Jalur dua melayani bus tujuan Klaten, Jogjakarta, Magelang, Purworejo, Kebumen dan Purwokerto. Locket ini disediakan 1 (satu) yaitu pada loket 2 (dua). Pada bagian loket ini diperoleh data yang ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Data Banyaknya Kedatangan, Banyaknya Pelayanan dan Lama Waktu Pelayanan Jalur Dua.

Hari, Tanggal	Banyaknya Kedatangan (bus)	Banyaknya Pelayanan (bus)	Lama Waktu Pelayanan (menit)
Sabtu, 10 Desember 2016	31	31	175
Senin, 12 Desember 2016	31	31	156
Jumlah	62	62	331

3.1.3. **Jalur Tiga.** Jalur tiga melayani bus tujuan Boyolali, Salatiga, Mangkang, Semarang. Loker ini disediakan 1 (satu) yaitu pada loket 3 (tiga). Pada bagian loket ini diperoleh data yang ditunjukkan pada Tabel 3.

Tabel 3. Data Banyaknya Kedatangan, Banyaknya Pelayanan dan Lama Waktu Pelayanan Jalur Tiga.

Hari, Tanggal	Banyaknya Kedatangan (bus)	Banyaknya Pelayanan (bus)	Lama Waktu Pelayanan (menit)
Sabtu, 10 Desember 2016	19	19	115
Senin, 12 Desember 2016	19	19	111
Jumlah	38	38	226

3.1.4. **Jalur Empat.** Jalur empat melayani bus tujuan Boyolali, Bawen, Wonosobo, Semarang, Terboyo. Loker ini disediakan 1 (satu) yaitu pada loket 4 (empat). Pada bagian loket ini diperoleh data yang ditunjukkan pada Tabel 4.

Tabel 4. Data Banyaknya Kedatangan, Banyaknya Pelayanan dan Lama Waktu Pelayanan Jalur Empat.

Hari, Tanggal	Banyaknya Kedatangan (bus)	Banyaknya Pelayanan (bus)	Lama Waktu Pelayanan (menit)
Sabtu, 10 Desember 2016	61	61	284
Senin, 12 Desember 2016	59	59	268
Jumlah	120	120	552

3.1.4. **Jalur Lima.** Jalur lima melayani bus tujuan pedesaan. Loker ini disediakan 1 (satu) yaitu pada loket 5 (lima). Pada bagian loket ini diperoleh data yang ditunjukkan pada Tabel 5.

Tabel 5. Data Banyaknya Kedatangan, Banyaknya Pelayanan dan Lama Waktu Pelayanan Jalur Lima.

Hari, Tanggal	Banyaknya Kedatangan (bus)	Banyaknya Pelayanan (bus)	Lama Waktu Pelayanan (menit)
Sabtu, 10 Desember 2016	38	38	143
Senin, 12 Desember 2016	38	38	130
Jumlah	76	76	273

**3.2. Analisis Sistem Antrian.** Pada uraian berikut akan ditentukan pengecekan kesetimbangan, uji kecocokan distribusi, model sistem antrian dan ukuran kinerja sistem pada lima jalur pelayanan.

**3.2.1. Pengecekan Kesetimbangan.** Pengecekan kesetimbangan yang harus dipenuhi adalah dengan menghitung faktor utilisasi  $\rho$ , untuk  $\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$ . Kondisi kesetimbangan dicapai jika  $\rho < 1$ . Nilai  $\rho$  dapat diperoleh dari data laju kedatangan dan laju pelayanan bus. Berdasarkan perhitungan pada data diperoleh faktor utilisasi  $\rho$  yang ditunjukkan pada Tabel 6.

Tabel 6. Ukuran Kesetimbangan

Ukuran Kesetimbangan	Jalur Satu	Jalur Dua	Jalur Tiga	Jalur Empat	Jalur Lima
$c$	1	1	1	1	1
$\lambda$	2,675	0,775	0,475	1,5	0,95
$\mu$	5,177	2,809	2,522	3,260	4,175
$\rho$	0,516	0,275	0,188	0,46	0,227
Keputusan	Setimbang	Setimbang	Setimbang	Setimbang	Setimbang

**3.2.2. Uji Kecocokan Distribusi.** Uji kecocokan distribusi digunakan untuk menguji apakah terdapat perbedaan yang signifikan antara data banyaknya kedatangan bus dengan lama waktu pelayanan bus disetiap jalur. Pengujian ini menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Distribusi probabilitas ini akan digunakan sebagai model analisis yang sesuai. Uji kecocokan distribusi pada banyaknya kedatangan bus dan lama waktu pelayanan bus pada setiap jalur dinyatakan sebagai berikut.

- (1) Menentukan hipotesis.
  - (a) Hipotesis I.
 

$H_0$  : data banyaknya kedatangan bus berdistribusi Poisson,  
 $H_1$  : data banyaknya kedatangan bus tidak berdistribusi Poisson.
  - (b) Hipotesis II.
 

$H_0$  : data lama waktu pelayanan bus berdistribusi eksponensial,  
 $H_1$  : data lama waktu pelayanan bus tidak berdistribusi eksponensial.
- (2) Menentukan taraf signifikansi  $\alpha$  yaitu 5%.
- (3) Kriteria Uji.
  - (a)  $H_0$  ditolak apabila nilai  $p - value < \alpha$ . atau,
  - (b)  $H_0$  ditolak apabila nilai  $D_{max} > D^*(\alpha)$ .
- (4) Statistik Uji.
 

Hasil uji kecocokan distribusi banyaknya kedatangan bus untuk hipotesis

I dan distribusi lama waktu pelayanan bus untuk hipotesis II diberikan berturut-turut pada Tabel 7 dan Tabel 8.

Tabel 7. Uji Kecocokan Distribusi Banyaknya Kedatangan Bus.

Ukuran	Jalur Satu	Jalur Dua	Jalur Tiga	Jalur Empat	Jalur Lima
$p - value$	0,116	0,992	0,803	0,424	1,000
$D_{max}$	0,133	0,048	0,072	0,098	0,038
$D_{tabel}$	0,152	0,152	0,152	0,152	0,152
Keputusan	$H_0$ tidak ditolak	$H_0$ tidak ditolak	$H_0$ tidak ditolak	$H_0$ tidak ditolak	$H_0$ tidak ditolak

Berdasarkan hasil pada Tabel 7, dapat ditunjukkan bahwa data pada semua jalur berdistribusi Poisson.

Tabel 8. Uji Kecocokan Distribusi Lama Waktu Pelayanan.

Ukuran	Jalur Satu	Jalur Dua	Jalur Tiga	Jalur Empat	Jalur Lima
$p - value$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
$D_{max}$	0,163	0,397	0,491	0,178	0,392
$D_{tabel}$	0,152	0,152	0,152	0,152	0,152
Keputusan	$H_0$ ditolak	$H_0$ ditolak	$H_0$ ditolak	$H_0$ ditolak	$H_0$ ditolak

Berdasarkan hasil pada Tabel 8, dapat ditunjukkan bahwa data pada semua jalur tidak berdistribusi eksponensial.

**3.2.3. Model Sistem Antrian.** Dari hasil pengecekan kesetimbangan dan pengujian uji kecocokan distribusi pada data banyaknya kedatangan bus dan lama waktu pelayanan dapat diketahui bahwa model sistem antrian pada setiap jalur yang ditunjukkan pada Tabel 9.

Tabel 9. Model Sistem Antrian pada 5 (lima) Jalur Pelayanan.

Bagian	Model
Jalur Satu	$(M/G/1) : (FIFO/\infty/\infty)$
Jalur Dua	$(M/G/1) : (FIFO/\infty/\infty)$
Jalur Tiga	$(M/G/1) : (FIFO/\infty/\infty)$
Jalur Empat	$(M/G/1) : (FIFO/\infty/\infty)$
Jalur Lima	$(M/G/1) : (FIFO/\infty/\infty)$

**3.2.4. Ukuran Kinerja Sistem.** Setelah diperoleh model sistem antrian selanjutnya dihitung nilai ukuran kinerja sistem. Berdasarkan Tabel 6 diperoleh nilai untuk menghitung nilai  $W_q$ ,  $W_s$ ,  $L_q$  dan  $L_s$ .



(1) Ukuran kinerja sistem antrian pada jalur satu.

(a) Ekspektasi jumlah bus dalam sistem ( $L_s$ ) adalah

$$L_s = \rho + \frac{\rho^2 + \lambda^2 \text{var}(t)}{2(1 - \rho)} = 2,222 \approx 3 \text{ bus}$$

dengan  $\text{var}[t] = \frac{1}{\mu^2}$ .

(b) Ekspektasi jumlah bus dalam antrian ( $L_q$ ) merupakan selisih  $L_s$  antara  $\rho$  dan diperoleh hasil  $1,705 \approx 2$  bus.

(c) Ekspektasi waktu menunggu dalam sistem ( $W_s$ ) merupakan hasil pembagian  $L_s$  terhadap  $\lambda$  dan diperoleh hasil 0,830 dari 15 menit  $\approx 12$  menit 27 detik.

(d) Ekspektasi waktu menunggu dalam antrian ( $W_q$ ) merupakan hasil pembagian  $L_q$  terhadap  $\lambda$  dan diperoleh hasil 4,155 dari 15 menit  $\approx 9$  menit 33 detik.

(2) Ukuran kinerja sistem antrian pada jalur dua.

(a) Ekspektasi jumlah bus dalam sistem ( $L_s$ ) adalah

$$L_s = \rho + \frac{\rho^2 + \lambda^2 \text{var}(t)}{2(1 - \rho)} = 0,475 \approx 1 \text{ bus}$$

dengan  $\text{var}[t] = \frac{1}{\mu^2}$ .

(b)  $L_q$  diperoleh 0,200  $\approx 1$  bus.

(c)  $W_s$  diperoleh 0,614 dari 15 menit  $\approx 9$  menit 13 detik.

(d)  $W_q$  diperoleh 0,258 dari 15 menit  $\approx 3$  menit 52 detik.

(3) Ukuran kinerja sistem antrian pada jalur tiga.

(a) Ekspektasi jumlah bus dalam sistem ( $L_s$ ) adalah

$$L_s = \rho + \frac{\rho^2 + \lambda^2 \text{var}(t)}{2(1 - \rho)} = 0,265 \approx 1 \text{ bus}$$

dengan  $\text{var}[t] = \frac{1}{\mu^2}$ .

(b)  $L_q$  diperoleh 0,076  $\approx 1$  bus.

(c)  $W_s$  diperoleh 0,558 dari 15 menit  $\approx 8$  menit 22 detik.

(d)  $W_q$  diperoleh 0,162 dari 15 menit  $\approx 2$  menit 26 detik.

(4) Ukuran kinerja sistem antrian pada jalur empat.

(a) Ekspektasi jumlah bus dalam sistem ( $L_s$ ) adalah

$$L_s = \rho + \frac{\rho^2 + \lambda^2 \text{var}(t)}{2(1 - \rho)} = 1,294 \approx 2 \text{ bus}$$

dengan  $\text{var}[t] = \frac{1}{\mu^2}$ .

(b)  $L_q$  diperoleh 0,834  $\approx 1$  bus.

- (c)  $W_s$  diperoleh 0,863 dari 15 menit  $\approx$  12 menit 57 detik.  
 (d)  $W_q$  diperoleh 0,556 dari 15 menit  $\approx$  8 menit 20 detik.  
 (5) Ukuran kinerja sistem antrian pada jalur lima.

- (a) Ekspektasi jumlah bus dalam sistem ( $L_s$ ) adalah

$$L_s = \rho + \frac{\rho^2 + \lambda^2 \text{var}(t)}{2(1 - \rho)} = 0,400 \approx 1 \text{ bus}$$

dengan  $\text{var}[t] = \frac{1}{\mu^2}$ .

- (b)  $L_q$  diperoleh 0,173  $\approx$  1 bus.  
 (c)  $W_s$  diperoleh 0,421 dari 15 menit  $\approx$  6 menit 19 detik.  
 (d)  $W_q$  diperoleh 0,182 dari 15 menit  $\approx$  2 menit 44 detik.

#### 4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat disimpulkan sebagai berikut.

- (1) Model antrian pada semua jalur di terminal Tirtonadi adalah  $(M/G/1)$  :  $(FIFO/\infty/\infty)$ , dengan jumlah kedatangan bus berdistribusi (*Poisson*), waktu pelayanan tidak berdistribusi (*Eksponensial*) jadi berdistribusi *general* atau umum, dan jumlah pelayanan ada 1(satu) petugas loket.
- (2) Jalur yang paling ramai adalah jalur satu dengan ekspektasi jumlah bus dalam antrian ( $L_q$ ) paling banyak dibandingkan jalur yang lain.
- (3) Dari perhitungan ukuran kinerja sistem pada kelima jalur sudah cukup baik dilihat dari ekspektasi jumlah bus dalam antrian ( $L_q$ ) dan ekspektasi waktu menunggu dalam sistem ( $W_s$ ) yang kecil.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Barry, Render, and J. Hezser. *Operating Management*. Salemba, Jakarta, 2 edition, 2005.
- [2] Bronson, R. *Teori dan Soal-Soal Operation Reserch*. PT Gelora Aksara Pratama, 1991.
- [3] Ferreira, A.M.M., A. Marina, A.F. Jose, and P.C. Manuel. Statisical Queuing Theory with Some Aplication. *International Journal of Latest Trends In Finance and Economic Sciences*, 1(4):190–193, 2013.
- [4] Hillier, F.S. and G.J. Lieberman. *Introduction to Operation Research*. New York, 2005.
- [5] Kakiay, T.J. *Dasar Teori Antrian Untuk Kehidupan Nyata*. Andi, Yogyakarta, 2004.
- [6] Kendall, M.G., and A.B. Hill. The Analysis of Economic Time-Series-Part I:Prices. *Journal of the Royal Statistical Society*, 116(1):11–34, 1953.
- [7] Sugito dan M. Fauziah. Analisis Sistem Antrian Kereta Api di stasiun Besar Cirebon dan Stasiun Cirebon Prujakan. *Media Statistika*, 2(2):111–120, 2009.
- [8] Supranto, J. *Riset Operasi : Untuk Pengambilan Keputusan*. Universitas Indonesia Press, Jakarta, 1987.
- [9] Wospakrik, H. *Teori dan Soal-Soal Operation Research*. Erlangga, Bandung, 1996.