MODEL POISSON *HIDDEN* MARKOV DAN PENERAPANNYA PADA KLAIM ASURANSI KENDARAAN BERMOTOR

Dhina Prabandari, Respatiwulan, Titin Sri Martini
Program Studi Matematika FMIPA UNS

Abstrak. Untuk mengantisipasi terjadinya kerugian yang tidak diinginkan dibutuhkan jaminan perlindungan yaitu berupa asuransi. Asuransi kendaraan bermotor merupakan produk asuransi yang diperlukan untuk menjamin kerugian atau kerusakan pada kendaraan bermotor. Banyaknya klaim asuransi dapat diasumsikan mengikuti distribusi Poisson. Jika banyaknya klaim mengalami overdispersi, serta penyebab pengajuan klaim yang tidak diamati secara langsung diasumsikan membentuk rantai Markov, maka banyaknya klaim dapat dimodelkan dengan Model Poisson *hidden* Markov. Model Poisson *hidden* Markov adalah model *hidden* Markov khusus dengan variabel random dari proses observasi berdistribusi Poisson. Dalam artikel ini diturunkan ulang model Poisson *hidden* Markov kemudian model diterapkan pada klaim asuransi kendaraan bermotor. Berdasarkan penelitian, diperoleh model terbaik yaitu model Poisson *hidden* Markov dua *state* dengan nilai *Akaike Information Criteria* (*AIC*) terkecil. Dua *state* tersebut yaitu perbuatan jahat orang lain dan kecelakaan. Rata-rata pengajuan klaim dengan sebab perbuatan jahat orang lain adalah 11,499 klaim per minggu, sedangkan rata-rata pengajuan klaim dengan sebab kecelakaan adalah 23,935 klaim per minggu.

Kata kunci: *klaim asuransi kendaraan bermotor, overdispersi, model Poisson hidden Markov*

1. Pendahuluan

Setiap orang dalam menjalani kehidupan pasti tidak lepas dari risiko yang harus ditanggung. Risiko dapat diartikan sebagai kemungkinan terjadinya suatu kerugian yang tidak terprediksi. Untuk mengantisipasi terjadinya kerugian yang tidak diinginkan dibutuhkan jaminan perlindungan yaitu berupa asuransi. Asuransi merupakan bentuk perlindungan yang dapat menanggung kerugian dan mengganti kerugian tersebut dalam bentuk pembayaran klaim. Asuransi kendaraan bermotor merupakan produk asuransi yang cukup diminati, karena asuransi kendaraan bermotor diperlukan untuk menjamin kerugian atau kerusakan pada kendaraan bermotor terhadap risiko yang mungkin timbul seperti kecelakaan, pencurian kendaraan, dan risiko lain berdasarkan perjanjian asuransi.

Menurut Grize [3], aktivitas penting dalam asuransi kendaraan bermotor yaitu penentuan besarnya premi yang dibebankan pada peserta asuransi. Dalam penentuan besarnya premi tersebut, diperlukan pemodelan banyaknya klaim. Banyaknya klaim yang diajukan pada perusahaan asuransi dapat diasumsikan mengikuti distribusi Poisson, karena dari peserta asuransi yang jumlahnya besar, peluang terjadinya kerugian di antara peserta asuransi tersebut kecil. Menurut Taylor dan Karlin [8], jika suatu variabel random berdistribusi Poisson maka mean dan variansinya bernilai sama. Akan tetapi tidak jarang pula ditemukan suatu kondisi variabel random yang memiliki variansi lebih besar daripada mean. Kondisi ini disebut overdispersi.

Overdispersi terjadi pada data banyaknya klaim asuransi karena penyebab yang tidak bisa diamati secara langsung. Jika penyebab kejadian diasumsikan membentuk rantai Markov dan banyaknya klaim asuransi berdistribusi Poisson, maka untuk memodelkan banyaknya klaim asuransi kendaraan bermotor digunakan model Poisson *hidden* Markov. Oleh karena itu, dalam penelitian ini akan diturunkan ulang model Poisson *hidden* Markov. Selanjutnya model ini diterapkan pada data banyaknya klaim asuransi kendaraan bermotor PT Asuransi Sinar Mas Kudus.

2. Rantai Markov

Menurut Taylor dan Karlin [8], rantai Markov adalah suatu proses stokastik yang menyatakan bahwa jika diberikan variabel random X dengan indeks waktu t (X_t), maka nilai X_s untuk $s > t$ tidak dipengaruhi oleh nilai X_u untuk $u < t$, dengan $s, t, u \in \mathbb{N}$. Berikut merupakan pengertian-pengertian penting pada rantai Markov.

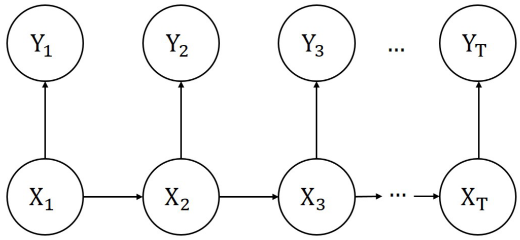
2.1. **Rantai Markov Homogen.** Menurut Grimmet dan Strizaker [2], rantai Markov disebut homogen jika probabilitas transisi dari *state* i pada waktu t ke *state* j pada waktu $t+1$ dapat dinyatakan sebagai $P(X_{t+1} = j|X_t = i) = P(X_2 = j|X_1 = i) = p_{ij}$.

2.2. ***State* Aperiodik.** Menurut Ross [7], suatu *state* i aperiodik jika $d(i) = 1$, $d(i)$ adalah faktor persekutuan terbesar untuk n sehingga $P(X_{t+n} = i|X_t = i) > 0$.

2.3. **Rantai Markov Tak Tereduksi.** Menurut Grimmet dan Strizaker [2], suatu rantai Markov disebut tak tereduksi jika semua *state* saling berkomunikasi.

3. Model Hidden Markov

Menurut Rabiner[6], model *hidden* Markov adalah proses stokastik dengan waktu diskrit $\{(X_t; Y_t)\}_{t\in\mathbb{N}}$, dengan $\{X_t\}_{t\in\mathbb{N}}$ adalah proses penyebab kejadian yang tidak diamati secara langsung dan merupakan suatu rantai Markov, sedangkan $\{Y_t\}_{t\in\mathbb{N}}$ adalah proses observasi yang bergantung pada $\{X_t\}_{t\in\mathbb{N}}$. Model *hidden* Markov dapat direpresentasikan seperti pada Gambar 1.



Gambar 1. Representasi Model *Hidden* Markov

Berdasarkan Gambar 1, model *hidden* Markov dapat dinyatakan sebagai

$$\begin{aligned} P(X_{t+1} = j|X_t = i) &= p_{i,j} \\ P(Y_t = y|X_t = i) &= \pi_{y,i} \end{aligned} \tag{3.1}$$

untuk $t = 1, 2, \ldots, T$, dan $i, j = 1, 2, \ldots, m$. Pada model ini, $\pi_{y,i}$ merupakan fungsi densitas probabilitas dari Y_t saat X_t berada pada *state* i. Pada suatu rantai Markov perlu ditentukan probabilitas awal *state* yang dinotasikan dengan p_i. Jadi, parameter-parameter model ini yaitu $p_{i,j}$, p_i, dan parameter pada $\pi_{y,i}$.

4. Metode Penelitian

Langkah awal dalam penelitian ini yaitu mengidentifikasi permasalahan terkait model. Selanjutnya mengestimasi parameter model dengan metode *likelihood* maksimum dan diperoleh sistem persamaan nonlinier. Sistem persamaan nonlinier tersebut sulit diperoleh penyelesaian eksaknya sehingga estimasi parameter model ditentukan dengan algoritme Ekspektasi Maksimisasi (EM). Langkah selanjutnya yaitu melakukan identifikasi overdispersi pada data. Kemudian, menentukan banyaknya *state* yang mungkin dan menghitung estimasi parameter model untuk banyaknya *state* yang mungkin. Setelah itu, dihitung nilai *AIC* dan ditentukan model terbaik berdasarkan nilai *AIC*. Langkah terakhir adalah melakukan analisis hasil untuk model terbaik.

5. Hasil dan Pembahasan

5.1. **Model Poisson *Hidden* Markov.** Penurunan ulang model ini mengacu pada Paroli *et al.* [5] berdasarkan model *hidden* Markov yang dikemukakan oleh Rabiner [6]. Menurut Paroli *et al.* [5], model Poisson *hidden* Markov adalah model *hidden* Markov yang merupakan proses stokastik waktu diskrit $\{(X_t; Y_t)\}$ dengan Y_t adalah variabel random Poisson. Notasi X_t menyatakan penyebab kejadian pada waktu t. Penyebab kejadian tersebut mempengaruhi observasi pada waktu t yang dinotasikan dengan Y_t. Oleh karena itu, proses $\{X_t\}_{t\in\mathbb{N}}$ disebut proses penyebab kejadian. Proses penyebab kejadian tidak diamati secara langsung dan diasumsikan sebagai rantai Markov diskrit, homogen, aperiodik, dan tak tereduksi, dengan ruang state $S_x = \{1, 2, \ldots, m\}$. Jika penyebab kejadian pada waktu t yang berada pada *state* i (dinotasikan dengan $X_t = i$) berpindah ke *state* j pada waktu $t + 1$

(dinotasikan dengan $X_{t+1} = j$), maka probabilitas transisi *state* dapat dinyatakan sebagai

$$P(X_{t+1} = j|X_t = i) = p_{i,j} \tag{5.1}$$

dengan $\sum_{j=1}^{m} p_{i,j} = 1$. Probabilitas-probabilitas transisi biasanya disusun dalam bentuk matriks probabilitas transisi yaitu $\mathbf{P} = (p_{i,j})$ dengan ukuran $m \times m$.

Selain probabilitas transisi, pada rantai Markov $\{X_t\}_{t\in\mathbb{N}}$ perlu ditentukan probabilitas awal *state*. Probabilitas awal *state* merupakan probabilitas penyebab kejadian pada waktu $t = 1$ yang berada pada *state* i (dinotasikan dengan $X_1 = i$). Jadi probabilitas awal *state* dapat dinyatakan sebagai

$$P(X_1 = i) = p_i$$

dengan $\sum_{i=1}^{m} p_i = 1$. Probabilitas awal *state* dapat disusun dalam bentuk vektor probabilitas awal *state* yaitu $\boldsymbol{p} = (p_i)$ dengan $i = 1, 2, \ldots, m$. Menurut Paroli *et al.*[5], $\boldsymbol{p}$ merupakan vektor probabilitas stasioner sehingga berlaku $\boldsymbol{p}'\mathbf{P} = \boldsymbol{p}'$, yang berarti $\boldsymbol{p}'$ adalah vektor eigen dari matriks $\mathbf{P}$ dengan nilai eigen sebesar 1.

Proses $\{Y_t\}_{t\in\mathbb{N}}$ merupakan proses observasi yang terdiri atas variabel random Y_t yang berdistribusi Poisson. Proses observasi $\{Y_t\}_{t\in\mathbb{N}}$ bergantung pada proses $\{X_t\}_{t\in\mathbb{N}}$. Menurut Paroli *et al.* [5], saat X_t berada pada *state* i maka probabilitas bersyarat dari Y_t jika diketahui X_t yang berada pada *state* i adalah fungsi densitas probabilitas Poisson dengan parameter λ_i. Oleh karena itu, probabilitas bersyarat Y_t yang bergantung pada X_t dapat dinyatakan sebagai

$$P(Y_t = y|X_t = i) = \pi_{y,i} = e^{-\lambda_i}\frac{{\lambda_i}^y}{y!} \tag{5.2}$$

dengan $\sum_{y=1}^{T} \pi_{y,i} = 1$. Parameter-parameter dari fungsi densitas probabilitas Poisson dapat dinyatakan dalam bentuk vektor yaitu $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_i)$ dengan $i = 1, 2, \ldots, m$.

Dengan demikian, dari persamaan (5.1) dan (5.2), model Poisson *hidden* Markov adalah

$$\begin{aligned} P(X_{t+1} = j|X_t = i) &= p_{i,j} \\ P(Y_t = y|X_t = i) &= \pi_{y,i} = e^{-\lambda_i}\tfrac{{\lambda_i}^y}{y!}. \end{aligned} \tag{5.3}$$

Parameter-parameter pada model ini yaitu $p_{i,j}$, p_i, dan λ_i. Apabila dinyatakan dalam bentuk matriks atau vektor, parameter pada model ini dapat dituliskan sebagai $\mathbf{P} = (p_{i,j})$, $\boldsymbol{p} = (p_i)$, dan $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_i)$, dengan $i, j = 1, 2, \ldots, m$.

5.2. **Estimasi Parameter.** Estimasi parameter pada model Poisson *hidden* Markov menggunakan metode *likelihood* maksimum. Parameter yang diestimasi menggunakan metode *likelihood* maksimum yaitu parameter $p_{i,j}$ dan λ_i yang dapat dinotasikan sebagai $\boldsymbol{\phi} = (p_{1,2}, p_{1,3}, \ldots, p_{m,m-1}, \lambda_1, \ldots, \lambda_m)'$. Sedangkan untuk estimasi parameter p_i ditentukan melalui persamaan $\boldsymbol{p}'\mathbf{P} = \boldsymbol{p}'$. Selanjutnya fungsi ln *likelihood* dimaksimumkan untuk memperoleh estimator *likelihood* maksimum dari parameter. Akan tetapi menurut Doug *et al.*[4], karena penyelesaian sistem persamaan non linier dalam memperoleh estimator sulit ditentukan secara analitik, maka digunakan algoritme EM.

Algoritme EM terdiri dari langkah E dan langkah M. Pada langkah E ditentukan ekspektasi dari fungsi ln *likelihood* lengkap ($\ln L^c(\boldsymbol{\phi})$) dengan syarat variabel random Y. Ekspektasi tersebut dinotasikan sebagai $Q(\boldsymbol{\phi};\boldsymbol{\phi}^{(k)})$, dengan k adalah banyaknya iterasi sehingga $Q(\boldsymbol{\phi};\boldsymbol{\phi}^{(k)})$ dapat dinyatakan sebagai

$$\begin{aligned}
Q(\boldsymbol{\phi};\boldsymbol{\phi}^{(k)}) =& E_{\boldsymbol{\phi}^{(k)}}(\ln L^c(\boldsymbol{\phi})|Y)\\
=& \sum_{i=1}^{m} \frac{\alpha_1^{(k)}(i)\beta_1^{(k)}(i)}{\sum_{l=1}^{m}\alpha_t^{(k)}(l)\beta_t^{(k)}(l)} \ln p_i + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} \frac{\sum_{t=1}^{T-1}\alpha_t^{(k)}(i)p_{i,j}^{(k)}\pi_{y_{t+1},j}^{(k)}\beta_{t+1}^{(k)}(j)}{\sum_{l=1}^{m}\alpha_t^{(k)}(l)\beta_t^{(k)}(l)} \ln p_{i,j}\\
&+ \sum_{i=1}^{m} \frac{\sum_{t=1}^{T}\alpha_t^{(k)}(i)\beta_t^{(k)}(i)}{\sum_{l=1}^{m}\alpha_t^{(k)}(l)\beta_t^{(k)}(l)} \ln \pi_{y_t,i}.
\end{aligned}$$

Selanjutnya, pada langkah M, fungsi $Q(\boldsymbol{\phi};\boldsymbol{\phi}^{(k)})$ yang telah diperoleh akan dimaksimumkan sehingga diperoleh estimator dari parameter $p_{i,j}$ dan λ_i. Estimator dari parameter $p_{i,j}$, λ_i tersebut dapat diperoleh dengan menentukan turunan pertama dari $Q(\boldsymbol{\phi};\boldsymbol{\phi}^{(k)})$ terhadap masing-masing parameter kemudian menyamakannya dengan 0. Jadi estimator dari parameter $p_{i,j}$, λ_i dapat dinyatakan sebagai

$$\hat{p}_{i,j} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1}\alpha_t^{(k)}(i)p_{i,j}^{(k)}\pi_{y_{t+1},j}^{(k)}\beta_{t+1}^{(k)}(j)}{\sum_{j=1}^{m}\sum_{t=1}^{T-1}\alpha_t^{(k)}(i)p_{i,j}^{(k)}\beta_t^{(k)}(i)},$$

$$\hat{\lambda}_i = \frac{\sum_{t=1}^{T}\alpha_t^{(k)}(i)\beta_t^{(k)}(i)y_t}{\sum_{t=1}^{T}\alpha_t^{(k)}(i)\beta_t^{(k)}(i)}.$$

5.3. **Penerapan Model.** Pada penelitian ini model Poisson *hidden* Markov diterapkan pada klaim asuransi kendaraan bermotor PT Asuransi Sinar Mas Kudus. Data yang digunakan merupakan data banyaknya klaim asuransi kendaraan bermotor pada bulan Agustus 2017 sampai Desember 2017. Data tersebut merupakan data dengan periode mingguan dan terdapat 22 observasi. Data banyaknya klaim asuransi tersebut memiliki mean sebesar 16,273 dan variansi sebesar 52,398. Hal tersebut menunjukkan bahwa data memiliki variansi yang lebih besar daripada mean atau mengalami overdispersi.

Selanjutnya ditentukan estimasi parameter model Poisson *hidden* Markov dengan algoritme EM. Estimasi parameter ditentukan untuk model Poisson *hidden* Markov dengan $m \geq 2$ karena menurut Dannemann dan Holzmann[1], model ini harus memiliki paling sedikit dua *state*. Selain itu, karena keterbatasan data yang diperoleh sehingga untuk model dengan $m > 4$ tidak memenuhi asumsi. Asumsi yang dilanggar yaitu asumsi bahwa $\{X_t\}$ merupakan rantai Markov yang tidak tereduksi karena pada model dengan $m > 4$ terdapat *state* yang tidak berkomunikasi dengan *state* yang lain. Oleh karena itu, pada penelitian ini, ditentukan model Poisson *hidden* Markov untuk $m = 2, 3, 4$.

Langkah pertama dalam mengestimasi parameter yaitu menentukan nilai awal parameter yang dapat dinyatakan sebagai $\boldsymbol{\lambda}^{(1)} = (\lambda_1^{(1)}, \ldots, \lambda_m^{(1)})'$, $\mathbf{P}^{(1)} = (p_{i,j}^{(1)})$, dan $\boldsymbol{p}^{(1)} = (p_1^{(1)}, \ldots, p_m^{(1)})'$. Nilai awal parameter model Poisson *hidden* Markov dengan $m = 2$ yaitu $\boldsymbol{\lambda}^{(1)} = \begin{pmatrix} 11,5 \\ 25,5 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{P}^{(1)} = \begin{pmatrix} \frac{9}{13} & \frac{4}{13} \\ \frac{4}{8} & \frac{4}{8} \end{pmatrix}$, dan $\boldsymbol{p}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0,619 \\ 0,381 \end{pmatrix}$. Selanjutnya untuk model dengan $m = 3$, diperoleh nilai awal parameter yaitu $\boldsymbol{\lambda}^{(1)} = \begin{pmatrix} 11,154 \\ 19,333 \\ 25,833 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{P}^{(1)} = \begin{pmatrix} \frac{8}{12} & \frac{1}{12} & \frac{3}{12} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{3}{6} & \frac{1}{6} & \frac{2}{6} \end{pmatrix}$, dan $\boldsymbol{p}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0,571 \\ 0,143 \\ 0,286 \end{pmatrix}$. Untuk $m = 4$ diperoleh

$$\boldsymbol{\lambda}^{(1)} = \begin{pmatrix} 9,125 \\ 14,667 \\ 21,5 \\ 27,75 \end{pmatrix}, \boldsymbol{P}^{(1)} = \begin{pmatrix} \frac{2}{7} & \frac{3}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{3}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}, \text{ dan } \boldsymbol{p}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0,333 \\ 0,286 \\ 0,1905 \\ 0,1905 \end{pmatrix}.$$

Selanjutnya menghitung nilai estimasi dari parameter-parameter model Poisson *hidden* Markov, yaitu $\hat{\boldsymbol{\lambda}}$, $\hat{\boldsymbol{p}}$, dan $\hat{\boldsymbol{P}}$. Estimasi dari parameter-parameter model ditentukan menggunakan algoritme EM yang dijalankan hingga diperoleh barisan nilai ln *likelihood* yang konvergen pada iterasi ke-(k) dengan toleransi eror sebesar 10^{-6}. Kemudian nilai ln *likelihood* tersebut digunakan untuk menghitung nilai Akaike *Information Criteria* (AIC). Nilai AIC dihitung untuk masing-masing model dengan

$m = 2, 3, 4$ dan digunakan untuk memilih model terbaik. Perhitungan nilai AIC ditunjukan seperti pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai AIC.

m	k	ln *likelihood*	AIC
2	11	-69,81676	151,6335
3	38	-68,94376	161,8875
4	54	-65,87285	171,7457

Berdasarkan Tabel 1 terlihat bahwa model dengan $m = 2$ mempunyai nilai AIC terkecil yaitu sebesar 151,6335. Oleh karena itu, model dengan 2 *state* tersebut merupakan model terbaik. Berdasarkan perhitungan estimasi parameter yang telah dilakukan, diperoleh estimasi parameter model Poisson *hidden* Markov 2 *state* yaitu

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}} = \begin{pmatrix} 11,499 \\ 23,935 \end{pmatrix}, \tag{5.4}$$

$$\hat{\boldsymbol{P}} = \begin{pmatrix} 0,672 & 0,328 \\ 0,487 & 0,513 \end{pmatrix}, \tag{5.5}$$

$$\hat{\boldsymbol{p}} = \begin{pmatrix} 0,598 \\ 0,402 \end{pmatrix}. \tag{5.6}$$

Banyaknya klaim asuransi kendaraan bermotor dimodelkan dengan model Poisson *hidden* Markov dua *state*, yang berarti terdapat dua penyebab pengajuan klaim, yaitu *state* 1 dan *state* 2. Secara umum, klaim asuransi kendaraan bermotor terdiri dari klaim yang disebabkan oleh perbuatan jahat orang lain dan kecelakaan. Oleh karena itu didefinisikan *state* 1 merupakan perbuatan jahat orang lain dan *state* 2 merupakan kecelakaan.

Berdasarkan persamaan (5.4) dapat diinterpertasikan bahwa banyaknya klaim asuransi kendaraan bermotor dengan penyebab perbuatan jahat oleh orang lain memiliki rata-rata 11,499 klaim per minggu, sedangkan banyaknya klaim asuransi dengan penyebab kecelakaan memiliki rata-rata 23,935 klaim per minggu. Selanjutnya berdasarkan persamaan (5.6) diinterpertasikan bahwa probabilitas banyaknya pengajuan klaim pada minggu pertama dengan penyebab perbuatan jahat orang lain yaitu sebesar 0,598, sedangkan dengan penyebab kecelakaan yaitu sebesar 0,402.

Berdasarkan persamaan (5.5) matriks probabilitas transisi memiliki elemen probabilitas penyebab pengajuan klaim asuransi kendaraan bermotor. Terlihat bahwa jika pada minggu ke-(t) terdapat pengajuan klaim karena perbuatan jahat orang lain maka probabilitas penyebab tersebut akan terjadi kembali pada minggu ke-(t+1) yaitu sebesar 0,672. Sementara itu, terdapat probabilitas sebesar 0,328 jika minggu ke-(t) terdapat pengajuan klaim karena perbuatan jahat orang lain, kemudian minggu ke-($t+1$) klaim diajukan karena kecelakaan. Sebaliknya, jika minggu ke-(t) klaim diajukan karena kecelakaan, maka probabilitas pada minggu ke-($t+1$) klaim diajukan karena perbuatan jahat orang lain yaitu sebesar 0,487. Terdapat probabilitas sebesar 0,513 jika pada minggu ke-(t) klaim diajukan karena kecelakaan lalu akan terjadi kembali pengajuan klaim karena kecelakaan pada minggu ke-($t+1$).

6. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan diperoleh dua kesimpulan.

(1) Model Poisson *hidden* Markov dinyatakan seperti pada persamaan (5.3). Parameter-parameter pada model ini yaitu $p_{i,j}$, p_i, dan λ_i. Apabila dinyatakan dalam bentuk matriks atau vektor, parameter pada model ini dapat dituliskan sebagai $\mathbf{P} = (p_{i,j})$, $\boldsymbol{p} = (p_i)$, dan $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_i)$, dengan $i, j = 1, 2, \ldots, m$.

(2) Berdasarkan nilai *AIC* terkecil, model Poisson *hidden* Markov dengan 2 *state* merupakan model terbaik untuk data klaim asuransi kendaraan bermotor, hasil estimasi parameter ditunjukkan pada persamaan (5.4), (5.5), dan (5.6).

Daftar Pustaka

[1] Danneman J., and H. Holzmann, *Testing Two State in a Hidden Markov Model*, Canadian Journal of Statistics (**36**), 2010.

[2] Grimmet, G., and D. Stirzaker, *Probability and Random Process*, third ed., Clarendon Press, Oxford, 2001.

[3] Grize, Y.L., *Applications of Statistics in the Field of General Insurance: An Overview*, International Statistical Review **83** (2015), 135-139.

[4] Doug R., E. Moulines, J. Olsson , R.V. Handel, *Consistency of The Maximum Likelihood Estimator for General Hidden Markov Model*, The Annals of Statistics (**39**) (2011), no. 1, 474-513.

[5] Paroli, R., G. Redaelli, and L. Spezia, *Poisson Hidden Markov for Time Series of Overdispered Insurance Counts*, ASTIN Colloqium International Actuarial Assosciation Brussels (2000), 461-474.

[6] Rabiner, L.R., *A Tutorial on Hidden Markov Mosels and Selected Application in Speech Recognition*, IEEE Proceedings (**77**) (1989), no. 2, 257-286.

[7] Ross, S.M., *Stochastic Process*, second ed., John Willey and Sons, New York, 1996.

[8] Taylor, H.M. and S. Karlin, *An Introduction to Stochastic Modelling*, revised ed., Academic Press, San Diego and New York, 1994.