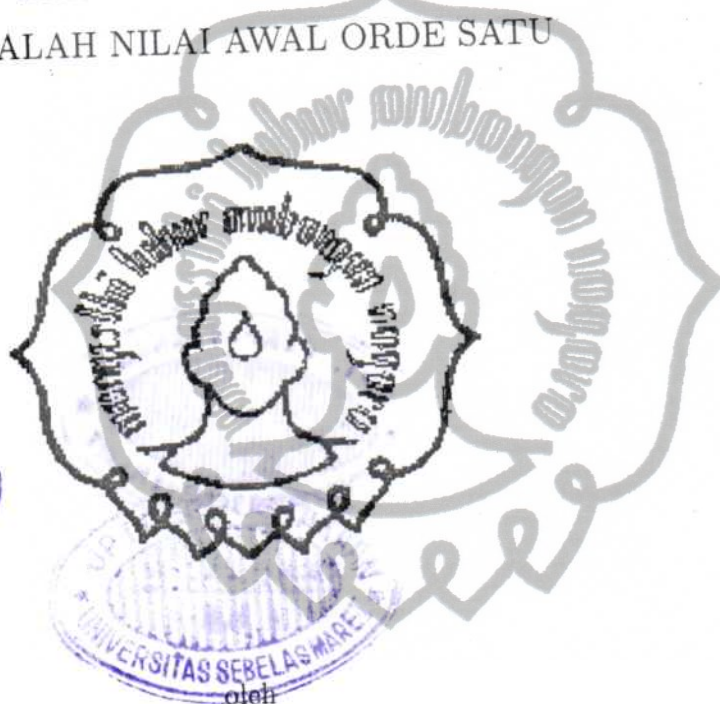


13 July 2005

8 JUL 2005

PERBANDINGAN METODE ADAMS-BASHFORTH,
ADAMS-MOULTON, DAN ADAMS-BASHFORTH-MOULTON
DALAM PENYELESAIAN
MASALAH NILAI AWAL ORDE SATU



oleh
SITI NUROCHIMAH
NIM. M0101010

SKRIPSI

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan
memperoleh gelar Sarjana Sains Matematika

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS SEBELAS MARET
SURAKARTA

2005

PENGESAHAN

SKRIPSI

PERBANDINGAN METODE ADAMS-BASHFORTH, ADAMS-MOULTON, DAN ADAMS-BASHFORTH-MOULTON DALAM PENYELESAIAN MASALAH NILAI AWAL ORDE SATU

yang disiapkan dan disusun oleh

SITI NUROCHIMAH

NIM. M0101010

dibimbing oleh

Pembimbing I

Dra. Purnami Widyaningsih, M.App.Sc.

NIP. 131 695 204

Pembimbing II

Drs. Sutrima, M.Si.

NIP. 132 046 018

telah dipertahankan di depan Dewan Penguji
pada hari Sabtu tanggal 18 Juni 2005
dan dinyatakan telah memenuhi syarat.

Anggota Tim Penguji

1. Dewi Retno Sari S., M.Kom

NIP. 132 163 902

2. Dr. Sutanto, S.Si., DEA

NIP. 132 149 079

3. Dra. Diari Indriati, M.Si.

NIP. 131 805 431

Tanda Tangan

1.

2.

3.

Surakarta, Juli 2005

Disahkan oleh

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dekan,

Drs. Marsusi, M.S.

NIP. 130 906 776

Ketua Jurusan Matematika,

Drs. Kartiko, M.Si.

NIP. 131 569 203

ABSTRAK

Siti Nurochimah, 2005, PERBANDINGAN METODE ADAMS-BASHFORTH, ADAMS-MOULTON, DAN ADAMS-BASHFORTH-MOULTON DALAM PENYELESAIAN MASALAH NILAI AWAL ORDE SATU, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret.

Masalah nilai awal sering dijumpai di berbagai bidang seperti fisika, biologi, psikologi, dan ekonomi. Pada prakteknya, banyak masalah nilai awal yang penyelesaiannya eksaknya tidak dapat (sulit) ditemukan. Oleh karena itu, penyelesaian pendekatan darinya diperlukan. Untuk memperoleh penyelesaian pendekatan tersebut dapat digunakan metode Adams-Bashforth, Adams-Moulton, dan Adams-Bashforth-Moulton.

Tujuan dari penelitian ini adalah menurunkan ulang algoritma Adams-Bashforth, Adams-Moulton, dan Adams-Bashforth-Moulton menggunakan polinomial interpolasi Newton. Selanjutnya, ketiga algoritma tersebut diterapkan pada masalah nilai awal orde satu baik linear maupun nonlinear. Terakhir, dilakukan analisis eror untuk membandingkan keakuratan dari ketiga metode tersebut.

Dari eksperimen numerik dapat ditunjukkan bahwa pada orde 2 dan 4, penyelesaian pendekatan dengan metode Adams-Moulton dan Adams-Bashforth-Moulton lebih akurat dibandingkan penyelesaian dengan metode Adams-Bashforth. Disamping itu, pada orde tersebut keakuratan penyelesaian menggunakan metode Adams-Moulton dan Adams-Bashforth-Moulton dengan ukuran step h hampir sama dengan keakuratan menggunakan metode Adams-Bashforth pada orde yang sama, dengan ukuran step $h/2$. Akhirnya dapat ditunjukkan bahwa keakuratan metode Adams-Moulton dan Adams-Bashforth-Moulton adalah 5 kali keakuratan metode Adams-Bashforth pada orde 2, dan 13 kali pada orde 4.

ABSTRACT

Siti Nurochimah, 2005, COMPARATION OF THE ADAMS-BASHFORTH, ADAMS-MOULTON, AND ADAMS-BASHFORTH-MOULTON METHODS IN SOLVING OF FIRST ORDER INITIAL VALUE PROBLEMS, Department of Mathematics and Natural Sciences, Sebelas Maret University.

Initial value problems occur naturally in many fields of physics, biology, psychology, economics, etc. Practically, many problems cannot be solved exactly. So we need to approximate them. For getting these approximations, we can use the Adams-Bashforth, Adams-Moulton, and Adams-Bashforth-Moulton methods.

The aim of this research is to re-derive the Adams-Bashforth, Adams-Moulton, and Adams-Bashforth-Moulton algorithms using Newton's divided interpolating polynomial. Then, these algorithms are applied to solve first order initial value problems, either linear or nonlinear. Finally the accuracy of these methods is investigated.

Numerical experiments show that the approximate solutions by second and fourth orders of the Adams-Moulton and Adams-Bashforth-Moulton methods are more accurate than the solutions by Adams-Bashforth methods at the same orders. These experiments also show that accuracy of the Adams-Moulton and Adams-Bashforth-Moulton methods with step-size h is close to accuracy of the Adams-Bashforth method with step-size $h/2$. Finally, the accuracy of the Adams-Moulton and Adams-Bashforth-Moulton methods is about five times that of the Adams-Bashforth method at second order, and thirteen times at fourth order.

KATA PENGANTAR

Puji syukur dipanjatkan kehadirat Allah Subhanahu wa Ta'ala, karena atas limpahan rahmat dan karunia-Nyalah skripsi ini dapat diselesaikan.

Ucapan terima kasih tidak lupa disampaikan kepada

1. Dra. Purnami Widyaningsih, M.App.Sc. dan Drs. Sutrima, M.Si., dosen pembimbing I dan II atas bimbingan, bantuan, dan motivasinya.
2. Ayah, ibu, dan kakak atas motivasi, do'a, dan bantuannya.
3. Teman kecilku, Triwik dan Ningrum yang telah memberikan bantuan dan bimbingan belajar.
4. Teman-teman angkatan 2001 yang telah memberikan bantuan dan motivasi.
5. Semua pihak yang telah membantu, memudahkan, dan memperlancar penulisan skripsi ini.

Disadari bahwa tiada satu pun manusia yang sempurna, maka segala kritik dan saran yang bersifat membangun sangat diharapkan demi perbaikan skripsi ini.

Surakarta, Juni 2005

Penulis

DAFTAR ISI

JUDUL	i
PENGESAHAN	ii
ABSTRAK	iii
<i>ABSTRACT</i>	iv
KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	vi
DAFTAR TABEL	viii
DAFTAR GAMBAR	x
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Perumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Manfaat	3
II LANDASAN TEORI	4
2.1 Tinjauan Pustaka	4
2.1.1 Persamaan Diferensial	4
2.1.2 Metode Multistep Linear	5
2.1.3 Error	6
2.1.4 Polinomial Selisih Terbagi Newton	7
2.2 Kerangka Pemikiran	9
III METODE PENELITIAN	10

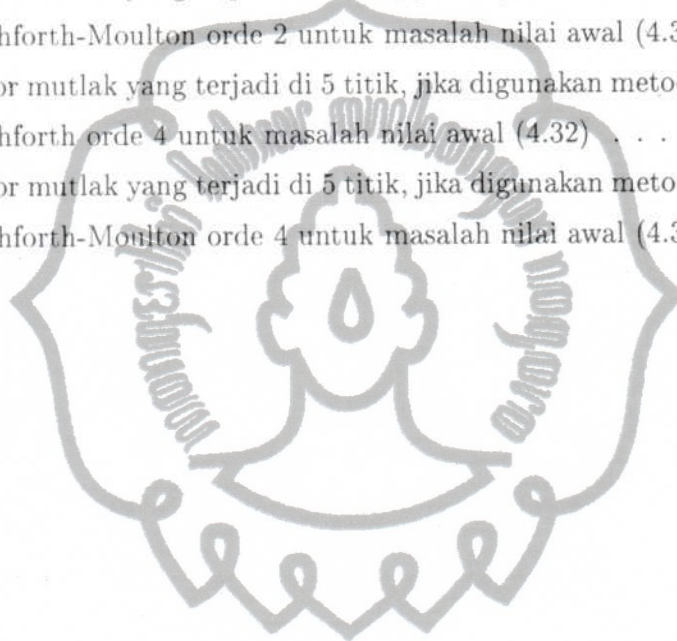
IV PEMBAHASAN	12
4.1 Metode Adams-Bashforth	12
4.2 Metode Adams-Moulton	16
4.3 Metode Adams-Bashforth-Moulton	18
4.4 Estimasi Error	20
4.5 Penerapan Kasus	20
V KESIMPULAN DAN SARAN	45
5.1 Kesimpulan	45
5.2 Saran	45
DAFTAR PUSTAKA	46
LAMPIRAN	48



DAFTAR TABEL

4.1	Koefisien metode Adams-Bashforth orde 1, 2, ..., 6 serta koefisien eror lokalnya	15
4.2	Koefisien metode Adams-Moulton orde 1, 2, ..., 6 serta koefisien eror lokalnya	18
4.3	Eror mutlak yang terjadi di 5 titik, jika digunakan metode Adams-Bashforth orde 2 untuk masalah nilai awal (4.29)	22
4.4	Eror mutlak yang terjadi di 5 titik, jika digunakan metode Adams-Moulton orde 2 untuk masalah nilai awal (4.29)	22
4.5	Eror mutlak yang terjadi di 5 titik, jika digunakan metode Adams-Bashforth orde 4 untuk masalah nilai awal (4.29)	24
4.6	Eror mutlak yang terjadi di 5 titik, jika digunakan metode Adams-Moulton orde 4 untuk masalah nilai awal (4.29)	25
4.7	Eror mutlak yang terjadi di 5 titik, jika digunakan metode Adams-Bashforth orde 2 untuk masalah nilai awal (4.30)	27
4.8	Eror mutlak yang terjadi di 5 titik, jika digunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde 2 untuk masalah nilai awal (4.30)	28
4.9	Eror mutlak yang terjadi di 5 titik, jika digunakan metode Adams-Bashforth orde 4 untuk masalah nilai awal (4.30)	30
4.10	Eror mutlak yang terjadi di 5 titik, jika digunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4 untuk masalah nilai awal (4.30)	30
4.11	Estimasi eror mutlak yang terjadi di 5 titik, jika digunakan metode Adams-Bashforth orde 2 untuk masalah nilai awal (4.31)	33
4.12	Estimasi eror mutlak yang terjadi di 5 titik, jika digunakan metode Adams-Moulton orde 2 untuk masalah nilai awal (4.31)	33

4.13	Estimasi eror mutlak yang terjadi di 5 titik, jika digunakan metode Adams-Bashforth orde 4 untuk masalah nilai awal (4.31)	36
4.14	Estimasi eror mutlak yang terjadi di 5 titik jika digunakan metode Adams-Moulton orde 4 untuk masalah nilai awal (4.31)	36
4.15	Estimasi eror mutlak yang terjadi di 5 titik, jika digunakan metode Adams-Bashforth orde 2 untuk masalah nilai awal (4.32)	39
4.16	Estimasi eror mutlak yang terjadi di 5 titik, jika digunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde 2 untuk masalah nilai awal (4.32)	39
4.17	Estimasi eror mutlak yang terjadi di 5 titik, jika digunakan metode Adams-Bashforth orde 4 untuk masalah nilai awal (4.32)	42
4.18	Estimasi eror mutlak yang terjadi di 5 titik, jika digunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4 untuk masalah nilai awal (4.32)	42



DAFTAR GAMBAR

4.1	Rasio error mutlak h dan $h/2$ di 5 titik, berturut-turut dengan metode Adams-Bashforth (kiri) dan Adams-Moulton (kanan) orde 2	22
4.2	Error mutlak $AB2_{h/2}$ dan $AM2_h$ dengan $h = 0.025$	23
4.3	Rasio error mutlak Adams-Bashforth dan Adams-Moulton orde 2 untuk pemilihan $h = 0.05$ (coklat), 0.025 (biru), 0.0125 (merah), dan 0.00625 (ungu)	24
4.4	Rasio error mutlak h dan $h/2$ di titik yang sama menggunakan metode Adams-Bashforth dan Adams-Moulton orde 4	25
4.5	Error mutlak $AB4_{h/2}$ dan $AM4_h$ dengan $h = 0.025$	26
4.6	Rasio error mutlak Adams-Bashforth dan Adams-Moulton orde 4 untuk pemilihan $h = 0.05, 0.025, 0.0125$, dan 0.00625	26
4.7	Rasio error mutlak h dan $h/2$ dengan metode Adams-Bashforth (kiri) dan Adams-Bashforth-Moulton (kanan) orde 2	28
4.8	Error mutlak $AB2_{h/2}$ dan $ABM2_h$ dengan $h = 0.025$	29
4.9	Rasio error mutlak Adams-Bashforth dan Adams-Bashforth-Moulton orde 2 di 5 titik untuk pemilihan $h = 0.05, 0.025, 0.0125$, dan 0.00625	29
4.10	Rasio error mutlak h dan $h/2$ dengan metode Adams-Bashforth (kiri) dan Adams-Bashforth-Moulton (kanan) orde 4	31
4.11	Error mutlak $AB4_{h/2}$ dan $ABM4_h$ dengan $h = 0.025$	32
4.12	Rasio error mutlak Adams-Bashforth dan Adams-Bashforth-Moulton orde 4 untuk $h = 0.05, 0.025, 0.0125$, dan 0.00625	32
4.13	Rasio estimasi error mutlak h dan $h/2$ di 5 titik, berturut-turut dengan metode Adams-Bashforth (kiri) dan Adams-Moulton (kanan) orde 2	34
4.14	Estimasi error mutlak $AB2_{h/2}$ dan $AM2_h$ dengan $h = 0.025$	35

4.15 Rasio estimasi error mutlak Adams-Bashforth dan Adams-Moulton orde 2 untuk pemilihan $h = 0.05, 0.025, 0.0125$, dan 0.00625 . . .	35
4.16 Rasio estimasi error mutlak h dan $h/2$ di titik yang sama menggunakan metode Adams-Bashforth dan Adams-Moulton orde 4 . . .	37
4.17 Estimasi error mutlak $AB_{4h/2}$ dan AM_{4h} dengan $h = 0.025$	37
4.18 Rasio estimasi error mutlak AB_4 dengan AM_4 untuk pemilihan $h = 0.05, 0.025, 0.0125$, dan 0.00625	38
4.19 Rasio estimasi error mutlak h dan $h/2$ dengan metode Adams-Bashforth (kiri) dan Adams-Bashforth-Moulton (kanan) orde 2 . .	40
4.20 Estimasi error mutlak $AB_{2h/2}$ dan ABM_{2h} dengan $h = 0.025$. . .	40
4.21 Rasio estimasi error mutlak Adams-Bashforth dan Adams-Bashforth-Moulton orde 2 di 5 titik untuk pemilihan $h = 0.05, 0.025, 0.0125$, dan 0.00625	41
4.22 Rasio estimasi error mutlak h dan $h/2$ dengan metode Adams-Bashforth (kiri) dan Adams-Bashforth-Moulton (kanan) orde 4 . .	42
4.23 Estimasi error mutlak $AB_{4h/2}$ dan ABM_{4h} dengan $h = 0.025$. . .	43
4.24 Rasio estimasi error mutlak Adams-Bashforth dan Adams-Bashforth-Moulton orde 4 untuk $h = 0.05, 0.025, 0.0125$, dan 0.00625	44