

**PENDUGAAN PARAMETER MODEL REGRESI LINEAR
DENGAN GALAT PADA PEUBAH
MENGUNAKAN METODE KUADRAT TERKECIL
DAN METODE MAKSIMUM LIKELIHOOD**




Skripsi

**Ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan
mendapatkan gelar Sarjana Sain
Jurusan Matematika**

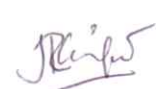
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS SEBELAS MARET
SURAKARTA
2002**

PENGESAHAN

Dosen Pembimbing I


Drs. Isnandar Slamet, M.Sc.
NIP. 130 000 008

Dosen pembimbing II


Dra. Etik Zukhronah, M.Si.
NIP. 130 000 009

Dipertahankan di depan Tim Penguji skripsi pada :

Hari : Sabtu

Tanggal : 4 Januari 2003

Anggota Tim Penguji :

1. Drs. Kartiko, M.Si.
NIP. 131 596 2032. Drs. Siswanto, M.Si.
NIP. 132 000 8053. Hasih Pratiwi, M.Si.
NIP. 132 143 817

1.

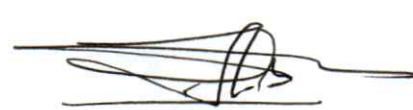
2.

3.


Disahkan oleh

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dekan


Drs. Marsusi, MS.
NIP. 130 906 776

Ketua Jurusan Matematika


Drs. Pangadi, M.Si.
NIP. 131 947 762

ABSTRAK

Lilik Ambarini. 2002. PENDUGAAN PARAMETER MODEL REGRESI LINEAR DENGAN GALAT PADA PEUBAH MENGGUNAKAN METODE KUADRAT TERKECIL DAN METODE MAKSIMUM LIKELIHOOD.

FMIPA UNS, Surakarta.

Pada hampir semua masalah regresi, kesalahan pengukuran berpengaruh terhadap peubah bebas x dan peubah respon y . Seringkali kesalahan pengukuran tersebut sangat kecil, dan dalam kasus ini pengaruh kesalahan pengukuran tersebut dapat diabaikan. Dalam beberapa situasi kesalahan pengukuran perlu diperhatikan dan pengaruhnya yang mungkin dalam analisis perlu diperhitungkan. Hal tersebut yang mendasari munculnya permasalahan yaitu bagaimana model regresi yang memperhitungkan pengaruh kesalahan pengukuran dan bagaimana menduga parameter-parameternya.

Dalam skripsi ini dibahas model regresi yang memperhitungkan pengaruh kesalahan pengukuran yang disebut model regresi linear dengan galat pada peubah dan dilakukan pendugaan terhadap parameter-parameternya menggunakan metode kuadrat terkecil dan metode maksimum likelihood. Adapun metode penulisan yang digunakan adalah studi literatur.

Model regresi linear dengan galat pada peubah adalah $Y_i = \alpha + \beta\xi_i + \varepsilon_i$, $X_i = \xi_i + \delta_i$ dengan asumsi $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$, $\delta_i \sim N(0, \sigma_\delta^2)$, ε_i, δ_i saling bebas. Penduga parameter α dan β yang dicari dengan menggunakan metode kuadrat terkecil dan metode maksimum likelihood bernilai sama apabila $\lambda=1$.

ABSTRACT

Lilik Ambarini. 2002. ESTIMATION OF PARAMETER OF LINEAR REGRESSION MODEL WITH ERROR ON THE VARIABLE USING LEAST SQUARE AND MAXIMUM LIKELIHOOD METHODS. Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sebelas Maret University, Surakarta.

Measurement error is influence on independent variable x and response y in almost all cases of regression models. Frequently the measuring error is very little, so that in this case, its influences could be neglected. However, in some cases, the measuring error is really needed to be noticed about, it is important to calculate its influences on the analysis. In this condition how to estimate regression parameter became a problem as a regression model on which the influence of measuring error is regarded.

In this thesis discusses the regression model calculating the measuring error's influence which is called by the linear regression model with error on the variable and the regression parameter's estimating using least square and maximum likelihood methods. Literature study is used as the methodology of this thesis.

From the analysis, it can be concluded that the model of linear regression with error on the variable are $Y_i = \alpha + \beta\xi_i + \varepsilon_i$, $X_i = \xi_i + \delta_i$ by assumption of $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$, $\delta_i \sim N(0, \sigma_\delta^2)$ in which ε_i, δ_i are independent. The estimation α and β found out using the maximum likelihood method are just the same as those found out using the least square method only if $\lambda = 1$.

PERSEMBAHAN



Skripsi ini kupersembahkan dengan sepenuh cinta kepada :

- *Almarhum Bapak*
- *Ibunda Aminah*
- *Suamiku Agus Rus*
- *Anakku Hamidah Khairunnisa*
- *Adikku Fitri*
- *Saudara – saudariku seperjuangan*

KATA PENGANTAR

Segala puji hanya milik Allah Rabb semesta alam yang telah memberikan petunjuk, hidayah dan pertolongan, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Sholawat dan salam senantiasa tercurah kepada Rosulullah Muhammad S.A.W, para keluarga , sahabat, tabi'in dan orang-orang mukmin semuanya.

Pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan ucapan terimakasih yang tak terhingga kepada semua pihak yang telah membantu hingga selesainya skripsi ini. Ucapan terima kasih ini kami tujukan antara lain kepada

1. Bapak Drs. Isnandar Slamet, MSc. Dosen Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan dan perhatiannya dalam penulisan skripsi ini.
2. Ibu Dra. Etik Zukhronah, MSi. Dosen Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan dan perhatiannya dalam penulisan skripsi ini.
3. Ibu Hasih Pratiwi, MSi. Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan bimbingan akademis kepada penulis.
4. Suamiku, atas semua pengorbanannya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
5. Almarhum Bapak dan Ibunda, atas semua kasih sayang dan pengorbanannya.
6. Adik dan semua saudara-saudara yang telah memberikan dorongan dan semangat untuk menyelesaikan skripsi ini.
7. Teman-teman yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Mudah-mudahan Allah S.W.T. membalas semua jasa dan pengorbanan pihak yang telah disebutkan di atas dengan balasan yang lebih baik.

Pemilik kesempurnaan hanyalah Allah S.W.T., oleh karena itu skripsi ini tentu masih banyak kekurangan, baik dari isi maupun penulisan sehingga pada kesempatan ini juga penulis minta maaf yang sebesar-besarnya. Akhir kata, penulis berharap hasil karya ini akan memberikan manfaat bagi banyak pihak dan semoga tulisan ini dicatat oleh Allah sebagai amal. Amiin.



Surakarta, Nopember 2002

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
ABSTRAK	iii
ABSTRACT	iv
MOTTO	v
HALAMAN PERSEMBAHAN	vi
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR NOTASI DAN SIMBOL	xiii
BAB I. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penulisan	3
1.5 Manfaat Penulisan	3
BAB II. LANDASAN TEORI	4
2.1 Tinjauan Pustaka	4
2.1.1 Peubah Acak	4
2.1.2 Formula Jarak dan Teorema Phytagoras	5
2.1.3 Penduga Tak Bias	6
2.1.4 Model Regresi Linear Sederhana	6
2.1.5 Metode Kuadrat Terkecil	7
2.1.6 Metode Maksimum Likelihood	9
2.2 Kerangka Pemikiran	11
BAB III METODE PENULISAN	13

BAB IV PEMBAHASAN	14
4.1 Model Regresi Linear dengan Galat pada Peubah	14
4.2 Pendugaan Parameter Regresi Linear	17
4.2.1 Metode Kuadrat Terkecil	18
4.2.2 Metode Maksimum Likelihood	25
4.3 Contoh Kasus	32
BAB V PENUTUP	35
5.1 Kesimpulan	35
5.2 Saran	36
DAFTAR PUSTAKA	37
Lampiran	38



DAFTAR GAMBAR

Gambar 1	Segitiga siku-siku di C	6
Gambar 2.a	Suatu model sebenarnya dengan dua peubah laten.....	15
Gambar 2.b	Suatu model pendugaan hanya dengan peubah observasi	15
Gambar 3	Jarak minimum dengan kuadrat terkecil ortogonal	19
Gambar 4	Garis regresi linear untuk data Tabel 2.....	25
Gambar 5	Teorema Pythagoras	38
Gambar 6	Kebalikan Teorema Pythagoras	40



DAFTAR TABEL

Tabel 1. Data suhu didih dan tekanan atmosfer pada sembilan lokasi..... 17

Tabel 2. Contoh data regresi linear 24



DAFTAR NOTASI DAN SIMBOL

α	: parameter regresi
β	: parameter regresi
$\hat{\alpha}$: penduga parameter α
$\hat{\beta}$: penduga parameter β
ε	: galat peubah respon y
δ	: galat peubah bebas x
x	: peubah bebas
y	: peubah respon
σ^2	: variansi
σ_{δ}^2	: variansi galat peubah x
σ_{ε}^2	: variansi galat peubah y
λ	: tingkat ketelitian .
ξ	: nilai harapan peubah x
η	: nilai harapan peubah y
$N(\mu, \sigma^2)$: distribusi normal dengan mean μ dan variansi σ^2
$N(0, \sigma^2)$: distribusi normal dengan mean 0 dan variansi σ^2