

DIMENSI METRIK KUAT PADA GRAF *LOLLIPOP*, GRAF
GENERALIZED WEB, DAN GRAF *GENERALIZED FLOWER*



SKRIPSI

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan
memperoleh gelar Sarjana Sains Matematika

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS SEBELAS MARET
SURAKARTA

2017

DIMENSI METRIK KUAT PADA GRAF *LOLLIPOP*, GRAF
GENERALIZED WEB, DAN GRAF *GENERALIZED FLOWER*

SKRIPSI

TIFFANI ARZAQI PUTRI

NIM. M0113050

dibimbing oleh

Pembimbing



Prof. Drs. Tri Atmojo K., M.Sc., Ph.D.


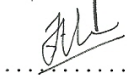

NIP. 19630826 198803 1 002

telah dipertahankan di hadapan Dewan Penguji

dan dinyatakan memenuhi syarat

pada hari Rabu, tanggal 24 Mei 2017

Dewan Penguji

Jabatan	Nama dan NIP	Tanda Tangan	Tanggal
Ketua	Dr. Diari Indriati, M.Si. NIP. 19610112 198811 2 001		08-06-2017
Sekretaris	Ririn Setiyowati, S.Si., M.Sc. NIK. 19890924 2016 1 001		08-06-2017
Penguji	Prof. Drs. Tri Atmojo K., M.Sc., Ph.D. NIP. 19630826 198803 1 002		08-06-2017

Disahkan
di Surakarta pada tanggal 08 JUN 2017

Kepala Program Studi Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Sebelas Maret Surakarta



Supriyadi Wibowo, S.Si., M.Si.

NIP. 19681110 199512 1 001

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul “Dimensi Metrik Kuat pada Graf *Lollipop*, Graf *Generalized Web*, dan Graf *Generalized Flower*” belum pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan pada suatu perguruan tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga belum pernah ditulis atau dipublikasikan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Surakarta, Juni 2017



Tiffani Arzaqi Putri

ABSTRAK

Tiffani Arzaqi Putri, 2017. DIMENSI METRIK KUAT PADA GRAF LOLLIPOP, GRAF GENERALIZED WEB, DAN GRAF GENERALIZED - FLOWER. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret.

Misal G adalah graf terhubung dengan himpunan *vertex* $V(G)$ dan himpunan *edge* $E(G)$. Interval antara u dan v $I[u, v]$ adalah kumpulan *vertex* yang terdapat pada *path* terpendek $u - v$. Suatu *vertex* s disebut sebagai pembeda kuat untuk dua *vertex* u dan v jika u terdapat pada *path* terpendek $v - s$, dinotasikan dengan $u \in I[v, s]$ atau v terdapat pada *path* terpendek $u - s$, dinotasikan dengan $v \in I[u, s]$. Himpunan *vertex* S dikatakan himpunan pembeda kuat dari G jika untuk setiap dua *vertex* di G dibedakan kuat oleh suatu *vertex* di S . Himpunan pembeda kuat dengan kardinalitas minimum disebut basis metrik kuat. Dimensi metrik kuat dari G dinotasikan $sdim(G)$, didefinisikan sebagai banyaknya elemen basis metrik kuat dari G . Beberapa peneliti telah menentukan dimensi metrik kuat pada beberapa kelas graf.

Dalam penelitian ini dicari dimensi metrik kuat pada graf *lollipop* $L_{m,n}$, graf *generalized web* tanpa *vertex* pusat $WB_0(G, m, n)$ dengan $G \cong C_m$, dan graf *generalized flower* $FL(G, m, n, p)$ dengan $G \cong C_m$. Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah kajian pustaka.

Hasil penelitian menyatakan bahwa dimensi metrik kuat pada graf *lollipop* adalah $sdim(L_{m,n}) = m - 1$, untuk $m \geq 3, n \geq 1$. Dimensi metrik kuat pada graf *generalized web* dengan $G \cong C_m$ adalah $sdim(WB_0(G, m, n)) = m$, untuk $m \geq 3, n \geq 3$. Dimensi metrik kuat pada graf *generalized flower* dengan $G \cong C_m$ terdiri dari dua kasus, yaitu $sdim(FL(G, m, n, p)) = 3(n - 1)$ untuk $m = 3, n \geq 2$, dan $sdim(FL(G, m, n, p)) = mn - 2$ untuk $m \geq 4, n \geq 2$.

Kata Kunci: *dimensi metrik kuat, pembeda kuat, graf lollipop, graf generalized web, graf generalized flower*

ABSTRACT

Tiffani Arzaqi Putri, 2017. ON THE STRONG METRIC DIMENSION OF LOLLIPOP GRAPH, GENERALIZED WEB GRAPH, AND GENERALIZED FLOWER GRAPH. Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sebelas Maret University.

Let G be a connected graph with vertex set $V(G)$ and edge set $E(G)$. The interval between u and v $I[u, v]$ to be the collection of all vertices that belong to some shortest $u - v$ path. A vertex s strongly resolves two vertices u and v if u belongs to a shortest $v - s$ path, denoted by $u \in I[v, s]$ or v belongs to a shortest $u - s$ path, denoted by $v \in I[u, s]$. A vertex set S of G is a strong resolving set of G if every two distinct vertices of G are strongly resolved by some vertex of S . The strong metric basis of G is a strong resolving set with minimal cardinality. The strong metric dimension $sdim(G)$ of a graph G is defined as the cardinality of strong metric basis. Many researchers have investigated the strong metric dimension of some graph classes.

In this research, we determine the strong metric dimension of lollipop graph $L_{m,n}$, generalized web graph without central vertex $WB_0(G, m, n)$ with $G \cong C_m$, and generalized flower graph $FL(G, m, n, p)$ with $G \cong C_m$. The research method in this paper is literature study.

The results of this research are as follows. We obtain the strong metric dimension of a lollipop graph is $sdim(L_{m,n}) = m - 1$ for $m \geq 3, n \geq 1$. The strong metric dimension of a generalized web graph with $G \cong C_m$ is $sdim(WB_0(G, m, n)) = m$, for $m \geq 3, n \geq 2$. The strong metric dimension of a generalized flower graph with $G \cong C_m$ consists of two cases. The first case, $sdim(FL(G, m, n, p)) = 3(n - 1)$ for $m = 3, n \geq 2$, and the second case, we found $sdim(FL(G, m, n, p)) = mn - 2$ for $m \geq 4, n \geq 2$.

Keywords : *strong metric dimension, strong resolving, lollipop graph, generalized web graph, generalized flower graph*

PERSEMBAHAN

Karya ini kupersembahkan untuk
mama, bapak, kedua adikku, dan orang-orang terdekatku.



MOTO

Untuk menguasai suatu keahlian, kita harus memahami prosesnya.



KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim,

Puji syukur kepada Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Sholawat serta salam selalu di-haturkan kepada Nabi Muhammad SAW. Penulis menyadari bahwa terwujudnya skripsi ini tidak akan berhasil dengan baik tanpa bantuan dari berbagai pihak. Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada

1. Prof. Drs. Tri Atmojo Kusmayadi, M.Sc. Ph.D. sebagai Pembimbing yang telah memberikan bimbingan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini, dan
2. keluarga serta teman-teman yang telah membantu dan senantiasa memberikan semangat dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi semua pembaca.

Surakarta, Juni 2017

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PENGESAHAN	ii
PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
<i>ABSTRACT</i>	v
PERSEMBAHAN	vi
MOTO	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR NOTASI	xii
 I PENDAHULUAN	 1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Perumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	3
1.4 Manfaat	3
 II LANDASAN TEORI	 4
2.1 Tinjauan Pustaka	4
2.2 Landasan Teori	5
2.2.1 Pengertian Dasar Graf	5
2.2.2 Fungsi	8
2.2.3 Graf Isomorfik	8

2.2.4	Kelas-kelas Graf	9
2.2.5	Dimensi Metrik Kuat	14
2.3	Kerangka Pemikiran	15
III METODE PENELITIAN		17
IV HASIL DAN PEMBAHASAN		18
4.1	Sifat pada Dimensi Metrik Kuat	18
4.2	Dimensi Metrik Kuat pada Graf <i>Lollipop</i>	19
4.3	Dimensi Metrik Kuat pada Graf <i>Generalized Web</i>	20
4.4	Dimensi Metrik Kuat pada Graf <i>Generalized Flower</i>	22
V PENUTUP		26
5.1	Kesimpulan	26
5.2	Saran	26
DAFTAR PUSTAKA		27

DAFTAR GAMBAR

2.1	Graf G	6
2.2	Graf G_1 dengan <i>bridge</i> e	7
2.3	Dua graf yang isomorfik	9
2.4	Graf K_n untuk $1 \leq n \leq 4$	10
2.5	Graf P_n untuk $2 \leq n \leq 4$	10
2.6	Graf <i>cycle</i> C_6	11
2.7	Graf <i>lollipop</i> $L_{m,n}$	11
2.8	(a) Graf <i>wheel</i> W_5 dan (b) graf <i>helm</i> H_5	12
2.9	Graf <i>generalized web</i> $WB_0(G, m, n)$ dengan $G \cong C_m$	13
2.10	Graf <i>generalized flower</i> $FL(G, m, n, p)$ dengan $G \cong C_m$	13
2.11	Graf $L_{4,2}$	14

DAFTAR NOTASI

G	: graf G
u, v	: <i>vertex</i>
e, uv	: <i>edge</i>
$V(G)$: himpunan <i>vertex</i> dari graf G
$E(G)$: himpunan <i>edge</i> dari graf G
$ V(G) $: banyaknya <i>vertex</i> dari graf G (<i>order</i>)
$ E(G) $: banyaknya <i>edge</i> dari graf G (<i>size</i>)
$\deg(v_i)$: <i>degree vertex</i> v_i
$d(u, v)$: jarak dari <i>vertex</i> u ke v
$\text{diam}(G)$: <i>diameter</i> dari graf G
\subset	: himpunan bagian
\in	: anggota
\square	: akhir bukti
$\lceil x \rceil$: bilangan bulat terkecil yang lebih besar atau sama dengan x (<i>ceiling</i>)
$I[u, v]$: interval antara <i>vertex</i> u dan v
$\text{sdim}(G)$: dimensi metrik kuat pada graf G
K_n	: graf lengkap dengan <i>order</i> n
P_n	: graf lintasan dengan <i>order</i> n
C_n	: graf <i>cycle</i> dengan <i>order</i> n
$L_{m,n}$: graf <i>lollipop</i> dengan <i>order</i> $m + n$
$WB_0(G, m, n)$: graf <i>generalized web</i> tanpa <i>vertex</i> pusat dengan <i>order</i> mn
$FL(G, m, n, p)$: graf <i>generalized flower</i> dengan <i>order</i> $mn + 1$
$G_1 \cong G_2$: Graf G_1 isomorfik dengan graf G_2