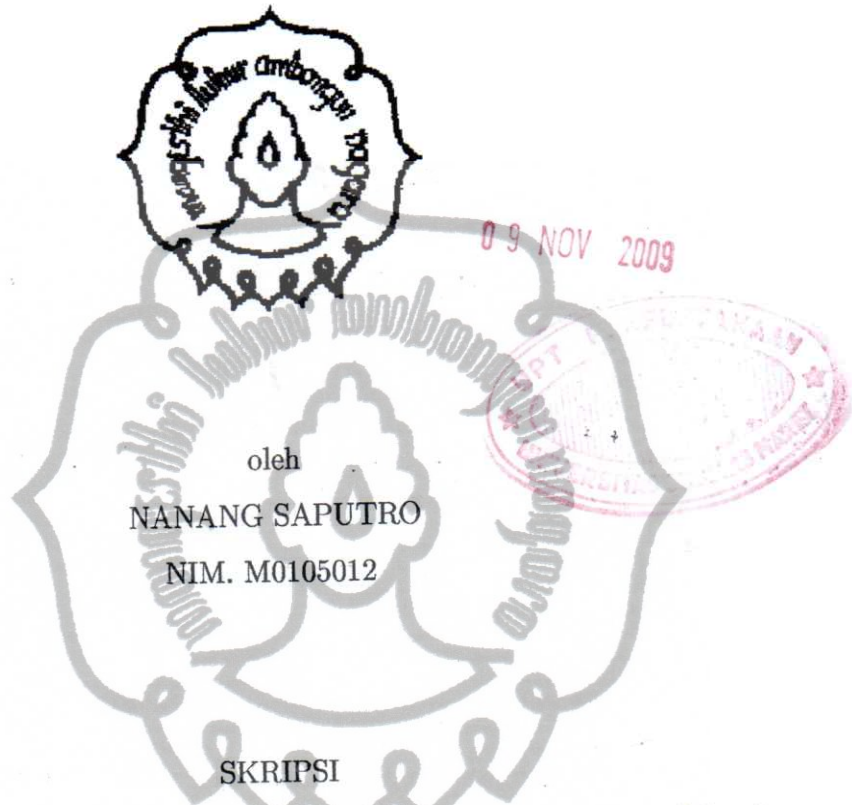


4457/2009

**PENENTUAN NILAI MAKSIMUM DAN MINIMUM
PELABELAN- γ PADA GRAF *UMBRELLA* $U_{m,n}$**



oleh
NANANG SAPUTRO
NIM. M0105012

SKRIPSI

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar
Sarjana Sains Matematika

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS SEBELAS MARET
SURAKARTA**


2009

SKRIPSI
**PENENTUAN NILAI MAKSIMUM DAN MINIMUM
PELABELAN - γ PADA GRAF *UMBRELLA* $U_{m,n}$**

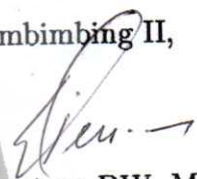
yang disiapkan dan disusun oleh
NANANG SAPUTRO
M0105012

dibimbing oleh

Pembimbing I,


Dra. Mania Roswitha, M.Si
NIP. 19520628 198303 2 001

Pembimbing II,

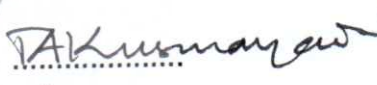
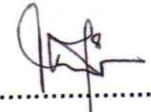


Drs. Santoso BW, M.Si
NIP. 19620203 199103 1 001

telah dipertahankan di depan Dewan Penguji
pada hari Rabu, tanggal 28 Oktober 2009
dan dinyatakan telah memenuhi syarat.

Anggota Tim Penguji

Tanda Tangan


1. Drs. Tri Atmojo K, M.Sc, Ph.D
NIP. 19630826 198803 1 002
2. Dra. Diari Indriati, M.Si
NIP. 19610112 198811 2 001
3. Titin SM, M.Kom
NIP. 19750120 200812 2 001

1. 
2. 
3. 


Disahkan oleh

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dekan,


Prof. Drs. Sutarno, M.Sc, Ph.D
NIP. 19600809 198612 1 001

Ketua Jurusan Matematika,


Drs. Sutrima, M.Si
NIP. 19661007 199302 1 001

ABSTRAK

Nanang Saputro, 2009. PENENTUAN NILAI MAKSIMUM DAN MINIMUM PELABELAN - γ PADA GRAF UMBRELLA $U_{m,n}$. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret.

Pelabelan- γ suatu graf G yang mempunyai order $|V(G)|$ dan size $|E(G)|$ merupakan suatu fungsi 1-1, $f : V(G) \rightarrow \{0, 1, 2, \dots, |E(G)|\}$, yang menurunkan pelabelan $f' : E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, |E(G)|\}$ terhadap edge-edge G yang didefinisikan sebagai selisih dari label pada vertex-vertex di kedua ujung edge, $f'(e) = |f(u) - f(v)|$, untuk setiap edge $e = (u, v)$ dari G . Setiap pelabelan- γ dari suatu graf G dengan order $|V(G)|$ dan size $|E(G)|$, menetapkan suatu 'nilai' yang dinotasikan dengan $val(f)$ dan didefinisikan dengan $val(f) = \sum_{e \in E(G)} f'(e)$. Nilai maksimum dan minimum pelabelan- γ dari suatu graf G didefinisikan sebagai $val_{max}(G) = \max\{val(f) : f \text{ adalah pelabelan-}\gamma \text{ graf } G\}$ dan $val_{min}(G) = \min\{val(f) : f \text{ adalah pelabelan-}\gamma \text{ graf } G\}$. Suatu pelabelan- γ dari graf G disebut pelabelan- γ maksimum jika $val(f) = val_{maks}(G)$ dan pelabelan- γ minimum jika $val(f) = val_{min}(G)$.

Tujuan penulisan skripsi ini adalah untuk menentukan nilai maksimum dan minimum pelabelan- γ dari graf *umbrella* $U_{m,n}$. Metode yang digunakan dalam penulisan skripsi adalah studi literatur.

Berdasarkan uraian pada pembahasan, maka kesimpulan yang dapat diambil adalah sebagai berikut :

1. nilai maksimum pelabelan- γ pada graf *umbrella* $U_{m,n}$ untuk $m > 2$ dan $n > 1$ adalah

$$val_{max}(U_{m,n}) \geq \begin{cases} \frac{5m^2+n^2+6mn-8m-5n+1}{2} + \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil \left(\frac{1-m}{2} \right) & \text{untuk } m \text{ ganjil,} \\ \frac{5m^2+n^2+6mn-9m-5n+2}{2} + \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil \left(\frac{2-m}{2} \right) & \text{untuk } m \text{ genap,} \end{cases}$$

2. nilai minimum pelabelan- γ pada graf *umbrella* $U_{m,n}$ untuk $m > 2$ dan $n > 1$ adalah

$$val_{min}(U_{m,n}) \leq \begin{cases} \frac{m^2+8m+4n-5}{4} & \text{untuk } m \text{ ganjil,} \\ \frac{m^2+8m+4n-4}{4} & \text{untuk } m \text{ genap.} \end{cases}$$

Kata kunci: pelabelan - γ , graf *umbrella*.

ABSTRACT

Nanang Saputro, 2009. THE DETERMINATION OF MAXIMUM AND MINIMUM VALUES γ -LABELING ON UMBRELLA GRAPH $U_{m,n}$. Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sebelas Maret University.

A γ -labeling of a graph G of order $|V(G)|$ and size $|E(G)|$ is a one-to-one function, $f : V(G) \rightarrow \{0, 1, 2, \dots, |E(G)|\}$, that induces a labeling $f' : E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, |E(G)|\}$ of the edges of G defined by the difference of labels on the vertices on the both sides of an edge, $f'(e) = |f(u) - f(v)|$, for each edge $e = (u, v)$ of G . For each γ -labeling of graph G of order $|V(G)|$ and size $|E(G)|$, it is determined a 'value' denoted by $val(f)$ and defined by $val(f) = \sum_{e \in E(G)} f'(e)$. The maximum and minimum values of a γ -labeling on a graph G are defined by $val_{max}(G) = \max\{val(f) : f \text{ is a } \gamma\text{-labeling of } G\}$ and $val_{min}(G) = \min\{val(f) : f \text{ is a } \gamma\text{-labeling of } G\}$. A γ -labeling of graph G is γ -max labeling if $val(f) = val_{max}(G)$ and γ -min labeling if $val(f) = val_{min}(G)$.

The aims of the research are to determine maximum and minimum values of γ -labeling on umbrella graph $U_{m,n}$. The method used in this research is a literary study.

It can be concluded that

1. maximum values of γ -labeling on umbrella graph $U_{m,n}$ for $m > 2$ and $n > 1$


$$val_{max}(U_{m,n}) \geq \begin{cases} \frac{5m^2+n^2+6mn-8m-5n+1}{2} + \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil \left(\frac{1-m}{2} \right) & \text{for } m \text{ odd,} \\ \frac{5m^2+n^2+6mn-9m-5n+2}{2} + \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil \left(\frac{2-m}{2} \right) & \text{for } m \text{ even,} \end{cases}$$

2. minimum values of γ -labeling on umbrella graph $U_{m,n}$ for $m > 2$ and $n > 1$

$$val_{min}(U_{m,n}) \leq \begin{cases} \frac{m^2+8m+4n-5}{4} & \text{for } m \text{ odd,} \\ \frac{m^2+8m+4n-4}{4} & \text{for } m \text{ even.} \end{cases}$$


Keywords: γ -labeling, umbrella graph.

MOTO



Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan, maka apabila kamu telah selesai (dari suatu urusan), kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan) yang lain. (QS. Al Insyirah : 6-7)

PERSEMBAHAN



Karya tulis ini kupersembahkan untuk Ibu, Bapak dan keluarga tercinta yang telah memberikan semua cinta, kasih, sayang, nasehat, kesabaran, dukungan dan do'a.

KATA PENGANTAR

Alkhamdulillahirobbil 'alamin puji syukur penulis panjatkan kepada Allah *Subhanahu wa Ta'ala* yang telah melimpahkan rahmat dan taufiq-Nya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Sholawat dan salam selalu terlimpah curahkan kepada suri tauladan kita *Rosulullah Muhammad Shalallahu Alaihi Wassalam*, beserta keluarga, sahabat, dan orang-orang yang istiqomah mengikuti beliau. Di dalam penulisan skripsi ini, penulis tidak lepas dari kesulitan dan keterbatasan yang akhirnya dapat penulis selesaikan atas bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada

1. Ibu Dra. Mania Roswitha, M.Si dan Bapak Drs. Santoso BW, M.Si selaku dosen pembimbing I dan II atas bimbingan, kesabaran, dan pemberian motivasinya.
2. Teman-teman jurusan Matematika angkatan 2005 Fakultas MIPA UNS atas semangat dan doanya.
3. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Jazaakumullahu khoiron. Semoga Allah *Subhanahu wa Ta'ala* memberikan balasan kebaikan kepada semuanya. Akhir kata, penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat sebagaimana yang diharapkan.

Surakarta, Oktober 2009

Penulis

DAFTAR ISI

| | |
|---------------------------------------|---------------|
| JUDUL | i |
| PENGESAHAN | ii |
| ABSTRAK | iii |
| <i>ABSTRACT</i> | iv |
| MOTO | v |
| PERSEMBAHAN | vi |
| KATA PENGANTAR | vii |
| DAFTAR ISI | viii |
| DAFTAR GAMBAR | x |
| DAFTAR NOTASI | xi |
| I PENDAHULUAN | 1 |
| 1.1 Latar Belakang Masalah | 1 |
| 1.2 Perumusan Masalah | 4 |
| 1.3 Tujuan | 4 |
| 1.4 Manfaat | 4 |
| II LANDASAN TEORI | 5 |
| 2.1 Tinjauan Pustaka | 5 |
| 2.1.1 Pengertian Dasar Graf | 5 |
| 2.1.2 Pelabelan Graf | 9 |
| 2.2 Kerangka Pemikiran | 10 |
| III METODE PENELITIAN | 11 |

| | |
|------------------------------|-----------|
| IV PEMBAHASAN | 12 |
| 4.1 Nilai Maksimum | 12 |
| 4.2 Nilai Minimum | 16 |
| V PENUTUP | 21 |
| 5.1 Kesimpulan | 21 |
| 5.2 Saran | 21 |
| DAFTAR PUSTAKA | 22 |



DAFTAR GAMBAR

| | | |
|-----|--|----|
| 1.1 | Beberapa pelabelan- γ pada <i>path</i> P_5 | 3 |
| 2.1 | Graf G | 6 |
| 2.2 | Graf G yang memuat <i>walk</i> , <i>trail</i> , <i>path</i> , dan <i>cycle</i> | 7 |
| 2.3 | (a) Graf <i>connected</i> (b) graf <i>disconnected</i> | 8 |
| 2.4 | (a) Graf <i>umbrella</i> $U_{4,3}$ (b) graf <i>umbrella</i> $U_{6,4}$ | 9 |
| 4.1 | Graf <i>umbrella</i> $U_{m,n}$ | 13 |
| 4.2 | (a) Graf <i>umbrella</i> $U_{m,n}$ (b) graf <i>umbrella</i> $U_{7,5}$ | 13 |
| 4.3 | (a) Graf <i>umbrella</i> $U_{m,n}$ (b) graf <i>umbrella</i> $U_{5,5}$ | 17 |

DAFTAR NOTASI

| | |
|----------------|---|
| $V(G)$ | : himpunan <i>vertex</i> dari graf G |
| $E(G)$ | : himpunan <i>edge</i> dari graf G |
| $ V(G) $ | : banyaknya <i>vertex</i> dari graf G |
| $ E(G) $ | : banyaknya <i>edge</i> dari graf G |
| e | : <i>edge</i> |
| v | : <i>vertex</i> |
| (u, v) | : <i>edge</i> yang ujung-ujungnya adalah <i>vertex</i> u dan v |
| $\deg_G v$ | : derajat (<i>degree</i>) <i>vertex</i> v dari graf G |
| P_n | : <i>path</i> dengan n <i>vertex</i> |
| $U_{m,n}$ | : graf <i>umbrella</i> dengan m <i>vertex horizontal</i> dan n <i>vertex vertical</i> |
| $val_{\max} G$ | : <i>value</i> maksimum dari graf G |
| $val_{\min} G$ | : <i>value</i> minimum dari graf G |