

**ANALISIS ENERGI DAN FUNGSI GELOMBANG UNTUK SISTEM DIMENSI  
D TERDEFORMASI  $q$  SECARA KUANTUM UNTUK POTENSIAL KRATZER,  
OSILATOR HARMONIK DAN INVERSE QUADRATIK MENGGUNAKAN  
METODE HYPERGEOMETRI**

**TESIS**

**Disusun untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan Mencapai Gelar Magister  
Program Studi Ilmu Fisika**

**Minat Utama Fisika Teori dan Komputasi**



**Oleh**

**Dyah Ayu Dianawati**

**S911708013**

**PASCASARJANA  
UNIVERSITAS SEBELAS MARET  
SURAKARTA  
2019**

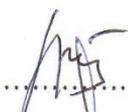
**ANALISIS ENERGI DAN FUNGSI GELOMBANG UNTUK SISTEM DIMENSI  
D TERDEFORMASI  $q$  SECARA KUANTUM UNTUK POTENSIAL KRATZER,  
OSILATOR HARMONIK DAN INVERSE QUADRATIK MENGGUNAKAN  
METODE HYPERGEOMETRI**

**TESIS**

**Oleh**

**DYAH AYU DIANAWATI**

**S911708013**

Komisi	Nama	Tanda	Tanggal
Pembimbing		Tangan	
Pembimbing I	Prof. Dra Soeparmi M.A., Ph.D. NIP 19520915 197603 2 001		6 Des.....2019
Pembimbing II	Prof. Drs Cari M.A., M.Sc., Ph.D. NIP 19610306 198503 1 002		6 Des.....2019

**Telah dinyatakan memenuhi syarat**

**pada tanggal 6 Des.....2019**

Kepala Program Magister Ilmu Fisika  
Pasca Sarjana Universitas Sebelas Maret



Dr. Eng. Budi Purnama, S.Si, M.Si

NIP 19731109 200003 1 001

**ANALISIS ENERGI DAN FUNGSI GELOMBANG UNTUK SISTEM DIMENSI  
D TERDEFORMASI  $q$  SECARA KUANTUM UNTUK POTENSIAL KRATZER,  
OSILATOR HARMONIK DAN INVERSE QUADRATIK MENGGUNAKAN  
METODE HYPERGEOMETRI**

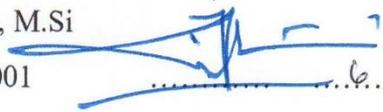
**TESIS**

**Oleh**

**DYAH AYU DIANAWATI**

**S911708013**

**Tim Penguji**

Jabatan	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Ketua	Dr. Eng. Budi Purnama, S.Si, M.Si NIP 19731109 200003 1 001		6 Des...2019
Sekretaris	Dr. Agus Supriyanto, S.Si, M.Si NIP 19690826 199903 1 001		6 Des...2019
Pembimbing I	Prof. Dra Soeparmi M.A., Ph.D. NIP 19520915 197603 2 001		6 Des...2019
Pembimbing II	Prof. Drs Cari M.A., M.Sc., Ph.D. NIP 19610306 198503 1 002		6 Des...2019

**Telah dinyatakan memenuhi syarat  
pada tanggal 6 Des...2019**

Kepala Program Magister Ilmu Fisika  
Pasca Sarjana Universitas Sebelas Maret



Dr. Eng. Budi Purnama, S.Si, M.Si

NIP 19731109 200003 1 001

## PERNYATAAN KEASLIAN DAN PERSYARATAN PUBLIKASI

Saya menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa:

1. Tesis yang berjudul “ANALISIS ENERGI DAN FUNGSI GELOMBANG UNTUK SISTEM DIMENSI D TERDEFORMASI  $q$  SECARA KUANTUM UNTUK POTENSIAL KRATZER, OSILATOR HARMONIK DAN INVERSE QUADRATIK MENGGUNAKAN METODE HYPERGEOMETRI” ini adalah karya penelitian saya sendiri dan tidak terdapat karya ilmiah yang pernah diajukan oleh orang lain untuk memperoleh gelar akademik serta tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang tertulis dengan acuan yang disebutkan sumbernya, baik dalam naskah karangan dan daftar pustaka. Apabila ternyata di dalam naskah tesis ini dapat dibuktikan terdapat unsur-unsur plagiasi, maka saya bersedia menerima sanksi, baik Tesis beserta gelar magister saya dibatalkan serta diproses sesuai dengan peraturan perundang-undangan yang berlaku.
2. Publikasi sebagian atau keseluruhan isi Tesis pada jurnal atau forum ilmiah harus menyertakan tim pembimbing sebagai *author* dan Pascasarjana UNS sebagai institusinya. Apabila saya melakukan pelanggaran dari ketentuan publikasi ini, maka saya bersedia mendapatkan sanksi akademik yang berlaku.

Surakarta,

Mahasiswa,



**Dyah Ayu Dianawati**

**S911708013**

**ANALISIS ENERGI DAN FUNGSI GELOMBANG UNTUK SISTEM DIMENSI  
D TERDEFORMASI  $q$  SECARA KUANTUM UNTUK POTENSIAL KRATZER,  
OSILATOR HARMONIK DAN INVERSE QUADRATIK MENGGUNAKAN  
METODE HYPERGEOMETRI**

DYAH AYU DIANAWATI

Program Studi S2 Ilmu Fisika, Pascasarjana, Universitas Sebelas Maret

**ABSTRAK**

Persamaan Klein-Gordon dimensi D yang terdeformasi kuantum  $q$  secara radial untuk potensial Kratzer, potensial Osilator Harmonik tiga dimensi dan Inverse Quadratik diselesaikan dengan persamaan diferensial Hypergeometri untuk mendapatkan persamaan energi relativistik dan persamaan fungsi gelombang. Dengan menggunakan variabel yang tepat dan substitusi parameter serta metode pemisahan variabel, persamaan Klein-Gordon dimensi D direduksi menjadi seperti persamaan Schrodinger satu dimensi. Dengan menerapkan potensial Kratzer, Osilator Harmonik tiga dimensi dan Inverse Quadratik dan bagian radial dari deformasi kuantum  $q$  ke persamaan Klein-Gordon bagian radial, maka persamaan Klein-Gordon bagian radial direduksi menjadi seperti persamaan Schrodinger satu dimensi untuk potensial Manning Rosen dan potensial Poschl-Teller. Persamaan energi relativistik dimensi D dan fungsi gelombang bagian radial diperoleh dari solusi persamaan Schrodinger satu dimensi bagian radial menggunakan persamaan diferensial Hypergeometri. Energi relativistik dihitung secara numerik menggunakan *software Matlab R2013a*. Akibatnya, energi relativistik meningkat secara signifikan dengan peningkatan parameter deformasi  $q$ , bilangan kuantum dan parameter dimensi. Kemudian, amplitudo meningkat dengan peningkatan bilangan kuantum dan parameter dimensi, tetapi amplitudo berkurang dengan peningkatan parameter deformasi  $q$ .

**Kata Kunci :** persamaan Klein-Gordon dimensi D, potensial Kratzer, potensial Osilator Harmonik dan Inverse Quadratik, deformasi kuantum  $q$ , metode Hypergeometri

**ANALYSIS OF ENERGY AND WAVE FUNCTION FOR D-DIMENSIONAL  
SYSTEM WITH  $q$ -DEFORMED QUANTUM FOR KRATZER, HARMONIC  
OSCILLATOR PLUS INVERSE QUADRATIC POTENTIALS BY USING  
HYPERGEOMETRI METHOD**

DYAH AYU DIANAWATI

Master of Physics, Graduate Program, Universitas Sebelas Maret

**ABSTRACT**

D-dimensional Klein-Gordon equation that was perturbed by radially  $q$ -deformed quantum for Kratzer and three-dimensional Harmonic Oscillator potential plus Inverse Quadratic potentials were solved by Hypergeometric differential equation to obtain the relativistic energy and wave function equations. By using appropriate variable and parameter substitutions and variable separation method, the D-dimensional Klein-Gordon equation reduced into one dimensional Schrodinger like equations. By applying Kratzer and three-dimensional Harmonic Oscillator plus Inverse Quadratic potentials and radial part of  $q$ -deformation quantum to the radial part of Klein-Gordon equation, then the radial part of Klein-Gordon equation reduced into one dimensional Schrodinger like equation for Manning Rosen and Poschl-Teller potentials. The D-dimensional relativistic energy equation and radial wave functions were obtained from the solution of one-dimensional radial Schrodinger like equation using Hypergeometric differential equation. The relativistic energy spectra were numerically calculated by using Matlab R2013a software. As a result, the relativistic energy was significantly increased by the increase of  $q$ -deformation parameter, quantum number and dimension parameter. Then, the amplitude was increased by the increase of quantum number and dimension parameter, but it decreased by the increase of  $q$ -deformation parameter.

**Keyword:** D-Dimension Klein-Gordon equation, Kratzer potential, Harmonic Oscillator plus Inverse Quadratic potential,  $q$ -deformed quantum, Hypergeometric method

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Allah SWT atas segala limpahan rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan tesis. Sholawat serta salam selalu tecurahkan kepada junjungan Nabi Allah SWT, Muhammad SAW.

Penyusunan tesis sebagai bagian dari syarat untuk mendapatkan gelar Magister dengan judul, “Persamaan Klein-Gordon Dimensi D Terdeformasi  $q$  untuk Potensial Kratzer, Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik menggunakan metode Hypergeometri”. Penulis berjuang untuk menyelesaikan penulisan tesis ini dengan segala suka dan duka yang tidak luput dari bantuan dan dukungan dari berbagai pihak, sehingga pada akhirnya tesis ini dapat diselesaikan. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Prof. Dra. Suparmi, M.A., Ph.D. selaku pembimbing I yang telah memberikan banyak bimbingan, arahan, dan motivasi kepada penulis sampai penyusunan tesis ini terselesaikan.
2. Prof. Drs. Cari, M.A., Ph.D. selaku pembimbing II yang senantiasa membimbing dan memberikan dorongan kepada penulis sampai penyusunan tesis ini terselesaikan.
3. Dr. Eng. Budi Purnama, S.Si, M.Si. selaku Kepala Program Studi Magister Ilmu Fisika Pascasarjana UNS yang senantiasa memberikan dorongan kepada penulis sampai penyusunan tesis terselesaikan.
4. Seluruh Bapak/Ibu Dosen Program Studi Magister Ilmu Fisika Pascasarjana UNS yang telah banyak membantu, memberikan bimbingan dan ilmu kepada penulis selama perkuliahan.
5. Dana Hibah Pascasarjana (PPs) dengan nomor kontrak 516/UN27.21/PP/2019 yang diketuai oleh Prof. Dra. Suparmi, M.A., Ph.D. yang telah mendanai dan memberikan dukungan untuk penelitian ini.
6. Kedua orang tua dan keluarga besar yang senantiasa mendoakan serta membantu penulis hingga tesis ini dapat terselesaikan.
7. Teman-teman seperjuangan Ilmu Fisika Pascasarjana UNS 2017 dan keluarga Ilmu Fisika Teori Pascasarjana UNS yang telah banyak memberikan bantuan dan dukungan.
8. Sahabat tercinta yang telah banyak memberikan motivasi kepada penulis untuk menyelesaikan tesis.

9. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah membantu dalam menyelesaikan tesis.

Semoga Allah SWT membalas dengan balasan yang sebaik-baiknya. Aamiin. Penulis telah berusaha secara maksimal mungkin untuk menyelesaikan tesis ini dengan sebaik-baiknya, namun penulis menyadari bahwa tesis ini masih banyak kekurangan dan masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik agar dapat membangun kesempurnaan tesis ini. Penulis juga berharap semoga ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca pada umumnya dan bagi penulis sendiri pada khususnya.



Surakarta, Desember 2019

Penulis

## MOTTO DAN PERSEMBAHAN

### MOTTO

“Jika engkau tak sanggup menahan lelahnya belajar, maka engkau harus menanggung pahitnya kebodohan”

(Imam Syafi’i)

“Entah akan berkarir atau menjadi ibu rumah tangga, seorang wanita wajib berpendidikan tinggi karena mereka akan menjadi seorang ibu. Ibu-ibu yang cerdas akan melahirkan anak-anak yang cerdas”

(Dian Sastrowardoyo)

### PERSEMBAHAN

Tesis ini kupersembahkan kepada:

- Kedua orang tua tercinta, Bapak Muhammad Junaidi dan Ibu Endang Setyawati, terimakasih untuk semua doa, nasehat, kasih sayang dan segalanya yang telah diberikan selama ini.
- Adik tersayang, Dinda Mutiara Az Zahra, yang selalu memberi dukungan dan semangat.

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PERSETUJUAN</b> .....	ii
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	iii
<b>PERNYATAAN KEASLIAN TESIS</b> .....	iv
<b>ABSTRAK</b> .....	v
<b>ABSTRACT</b> .....	vi
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	vii
<b>MOTTO DAN PERSEMBAHAN</b> .....	ix
<b>DAFTAR ISI</b> .....	x
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xiii
<b>DAFTAR SIMBOL</b> .....	xv
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	1
A. Latar Belakang Masalah .....	1
B. Kebaruan Penelitian .....	4
C. Rumusan Masalah .....	6
D. Tujuan Penelitian .....	7
E. Manfaat Penelitian .....	7
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	9
A. Landasan Teori .....	9
1. Persamaan Klein Gordon Dimensi D .....	9
2. Deformasi Kuantum $q$ .....	13
3. Potensial Kratzer, Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik .....	15
4. Metode Hypergeometri .....	16
B. Kerangka Berpikir .....	18
C. Hipotesis .....	19
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN</b> .....	21
A. Metode Penelitian Laboratorium .....	21
1. Tempat dan Waktu Penelitian .....	21
2. Bahan dan Alat Penelitian .....	22

4. Tata Cara Penelitian .....	22
B. Metode Penelitian Lapangan .....	23
C. Metode Penelitian Literatur .....	24
<b>BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>25</b>
A. Hasil Penelitian .....	25
1. Penyelesaian Persamaan Klein-Gordon Dimensi D Terdeformasi Kuantum $q$ dengan Potensial Kratzer .....	25
2. Penyelesaian Persamaan Klein-Gordon Dimensi D Terdeformasi Kuantum $q$ dengan Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik .....	31
B. Pembahasan .....	31
1. Analisis Energi Relativistik pada Persamaan Klein-Gordon Dimensi D Terdeformasi Kuantum $q$ yang Dipengaruhi oleh Potensial Kratzer .....	31
2. Analisis Fungsi Gelombang pada Persamaan Klein-Gordon Dimensi D Terdeformasi Kuantum $q$ yang Dipengaruhi oleh Potensial Kratzer .....	45
3. Analisis Energi Relativistik pada Persamaan Klein-Gordon Dimensi D Terdeformasi Kuantum $q$ yang Dipengaruhi oleh Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik .....	46
4. Analisis Fungsi Gelombang pada Persamaan Klein-Gordon Dimensi D Terdeformasi Kuantum $q$ yang Dipengaruhi oleh Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik .....	52
C. Nilai-Nilai Kebaruan .....	59
D. Keterbatasan Penelitian .....	60
<b>BAB V SIMPULAN DAN SARAN .....</b>	<b>61</b>
A. Simpulan .....	61
B. Saran .....	62
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>63</b>
<b>LAMPIRAN .....</b>	<b>70</b>

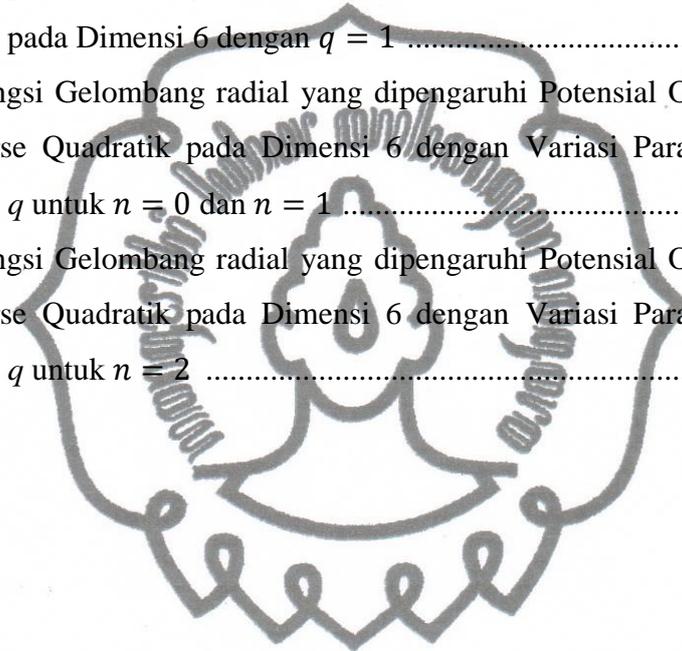
## DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 3.1 Rencana Pelaksanaan Penelitian .....	23
Tabel 4.1 Massa Reduksi dan Sifat Spektroskopik untuk Molekul Diatomik pada Kondisi Dasar .....	37
Tabel 4.2 Energi Relativistik Persamaan Klein-Gordon Dimensi 3 untuk Partikel Diatomik dalam Pengaruh Potensial Kratzer (GeV) .....	38
Tabel 4.3 Massa Reduksi dan Sifat Spektroskopik untuk Molekul Diatomik pada Kondisi Dasar dalam <i>natural unit</i> .....	39
Tabel 4.4 Energi Relativistik Persamaan Klein-Gordon Dimensi 6 untuk Partikel Diatomik dalam Pengaruh Potensial Kratzer (GeV) .....	42
Tabel 4.5 Fungsi Gelombang Persamaan Klein-Gordon untuk Partikel Diatomik dalam Pengaruh Potensial Kratzer .....	46
Tabel 4.6 Energi Relativistik Persamaan Klein-Gordon untuk Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik dengan $g = 5, k = 5, M = 0.5$ .....	48
Tabel 4.7 Fungsi Gelombang Persamaan Klein-Gordon untuk Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik .....	53

## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Bagan Alir Penelitian .....	19
Gambar 3.1 Diagram Alir Tatalaksana Penelitian .....	21
Gambar 4.1 Energi Relativistik Persamaan Klein-Gordon Dimensi 3 terdeformasi $q$ yang dipengaruhi Potensial Kratzer dengan $n = 0$ .....	40
Gambar 4.2 Energi Relativistik Persamaan Klein-Gordon Dimensi 3 terdeformasi $q$ yang dipengaruhi Potensial Kratzer dengan $n = 3$ .....	40
Gambar 4.3 Energi Relativistik Persamaan Klein-Gordon Dimensi 3 terdeformasi $q$ yang dipengaruhi Potensial Kratzer dengan $n = 0$ .....	43
Gambar 4.4 Energi Relativistik Persamaan Klein-Gordon Dimensi 3 terdeformasi $q$ yang dipengaruhi Potensial Kratzer dengan $n = 3$ .....	44
Gambar 4.5 Energi Relativistik Persamaan Klein-Gordon Dimensi 3 terdeformasi $q$ yang dipengaruhi Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik .....	49
Gambar 4.6 Energi Relativistik Persamaan Klein-Gordon Dimensi 6 terdeformasi $q$ yang dipengaruhi Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik .....	50
Gambar 4.7 Energi Relativistik Persamaan Klein-Gordon terdeformasi $q$ pada Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik untuk $n = 1$ .....	51
Gambar 4.8 Energi Relativistik Persamaan Klein-Gordon terdeformasi $q$ pada Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik untuk $n = 3$ .....	51
Gambar 4.9 Fungsi Gelombang radial untuk Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik pada Dimensi 3 dengan $q = 0.01$ .....	53
Gambar 4.10 Fungsi Gelombang radial untuk Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik pada Dimensi 3 dengan $q = 0.1$ .....	54
Gambar 4.11 Fungsi Gelombang radial untuk Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik pada Dimensi 3 dengan $q = 1$ .....	54
Gambar 4.12 Fungsi Gelombang radial yang dipengaruhi Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik pada Dimensi 3 dengan Variasi Parameter Deformasi Kuantum $q$ untuk $n = 0$ dan $n = 1$ .....	55

Gambar 4.13 Fungsi Gelombang radial yang dipengaruhi Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik pada Dimensi 3 dengan Variasi Parameter Deformasi Kuantum $q$ untuk $n = 2$ .....	55
Gambar 4.14 Fungsi Gelombang radial untuk Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik pada Dimensi 6 dengan $q = 0.01$ .....	56
Gambar 4.15 Fungsi Gelombang radial untuk Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik pada Dimensi 6 dengan $q = 0.1$ .....	56
Gambar 4.16 Fungsi Gelombang radial untuk Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik pada Dimensi 6 dengan $q = 1$ .....	57
Gambar 4.17 Fungsi Gelombang radial yang dipengaruhi Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik pada Dimensi 6 dengan Variasi Parameter Deformasi Kuantum $q$ untuk $n = 0$ dan $n = 1$ .....	57
Gambar 4.18 Fungsi Gelombang radial yang dipengaruhi Potensial Osilator Harmonik dan Inverse Kuadratik pada Dimensi 6 dengan Variasi Parameter Deformasi Kuantum $q$ untuk $n = 2$ .....	58



## DAFTAR SIMBOL

$\Delta x$	:	Perubahan posisi
$\Delta t$	:	Perubahan waktu
$\Delta p$	:	Perubahan momentum
$m_0$	:	Massa diam
$h$	:	Konstanta Plank ( $6.626 \times 10^{-34} \text{m}^2 \text{Joule/s}$ )
$\hbar$	:	$\frac{h}{2\pi}$
$c$	:	Kecepatan cahaya diruang hampa ( $3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )
$\lambda_c = \frac{h}{m_0 c}$	:	Panjang gelombang Compton
$\frac{m_0^2 c^2}{\hbar^2}$	:	<i>Mass term</i>
$\varrho(x, y, z, t)$	:	Probabilitas kerapatan
$\nabla$	:	Laplacian
$\psi(x, t)$	:	Fungsi gelombang dalam fungsi posisi dan waktu
$\hat{p}$	:	Operator momentum
$\hat{E}$	:	Operator energi
$p^\mu p_\mu$	:	<i>Four-momentum (Covariant-Covector)</i>
$\Delta$	:	operator delta tiga dimensi ( $\Delta = \nabla^2$ )
$\square$	:	D'Alembertian empat dimensi ( $\square = \frac{\partial^2}{(c^2 \partial t^2)} - \Delta$ )
$\nabla_D$	:	Laplacian dimensi D
$D$	:	Dimensi
$L_{D-1}^2$	:	Momentum sudut
$D_r^q$	:	Deformasi kuantum $q$ bagian radial
$\psi_{\ell_1 \dots \ell_{D-2}}^{(\ell)}(\mathbf{x})$	:	Fungsi gelombang dimensi D
$R_\ell(r) = \frac{F}{r^{\frac{(D-1)}{2}}}$	:	Fungsi gelombang bagian radial dimensi D
$H(\hat{x}, \hat{p})$	:	Hamiltonian fungsi vektor posisi dan vektor momentum
$v, \mu, \kappa, \eta$	:	Kedalaman potensial

- ${}_2F_1(a;b;c;z)$  : Fungsi Hypergeometri  
 $D_e$  : Disosiasi energi  
 $r_e$  : Jarak equilibrium internuclear

