

NILAI TAK TERATUR SISI TOTAL DARI GRAF  
*GENERALIZED BUTTERFLY* TANPA ATAUPUN DENGAN  
*PENDANT EDGE* DI TITIK PUSAT



HAFIDHYAH DWI WAHYUNA

M0114015

SKRIPSI

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan  
memperoleh gelar Sarjana Sains Matematika

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS SEBELAS MARET SURAKARTA

2018

NILAI TAK TERATUR SISI TOTAL DARI GRAF *GENERALIZED BUTTERFLY* TANPA ATAUPUN DENGAN *PENDANT EDGE* DI TITIK PUSAT

SKRIPSI

HAFIDHYAH DWI WAHYUNA  
NIM. M0114015

dibimbing oleh

Pembimbing I



Dr. Dra. Diari Indriati, M.Si.  
NIP. 19610112 198811 2 001

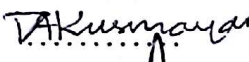
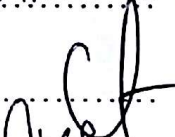


Pembimbing II



Titin Sri Martini, S.Si., M.Kom.  
NIP. 19750120 200812 2 001


telah dipertahankan di hadapan Dewan Penguji  
dan dinyatakan memenuhi syarat  
pada hari Rabu, 7 Maret 2018

Dewan Penguji

Jabatan	Nama dan NIP	Tanda Tangan	Tanggal
Ketua	Prof. Drs. Tri Atmojo Kusmayadi, M.Sc., Ph.D. NIP. 19630826 198803 1 002		14/03/2018
Sekretaris	Supriyadi Wibowo, S.Si., M.Si. NIP. 19681110 199512 1 001		14/03/2018
Anggota	Dr. Dra. Diari Indriati, M.Si. NIP. 19610112 198811 2 001		14/03/2018
Penguji	Titin Sri Martini, S.Si., M.Kom. NIP. 19750120 200812 2 001		14/03/2018

Disahkan  
di Surakarta pada tanggal **14 MAR 2018**

Kepala Program Studi Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Sebelas Maret Surakarta

  
Supriyadi Wibowo, S.Si., M.Si.  
NIP. 19681110 199512 1 001

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul “Nilai Tak Teratur Sisi Total dari Graf *Generalized Butterfly* tanpa ataupun dengan *Pendant Edge* di Titik Pusat” belum pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjaan pada suatu perguruan tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga belum pernah ditulis atau dipublikasikan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.



Surakarta, Maret 2018

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Hafidhyah Dwi Wahyuna', is written over a simple rectangular box.

Hafidhyah Dwi Wahyuna

## ABSTRAK

Hafidhyah Dwi Wahyuna, 2018. NILAI TAK TERATUR SISI TOTAL DARI GRAF GENERALIZED BUTTERFLY TANPA ATAUPUN DENGAN PENDANT EDGE DI TITIK PUSAT. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret.

Misal  $G$  adalah graf terhubung, sederhana, dan tak berarah dengan himpunan titik  $V$  dan himpunan sisi  $E$ . Pelabelan- $k$  total adalah pemetaan yang membawa elemen-elemen graf  $G$  ke himpunan bilangan bulat positif  $\{1, 2, \dots, k\}$ . Pelabelan- $k$  total disebut pelabelan- $k$  total tak teratur sisi dari graf  $G$ , yaitu  $\lambda : V(G) \cup E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$  apabila bobot semua sisi berbeda. Bobot dari sisi  $uv$  pada graf  $G$ , dinotasikan dengan  $wt(uv)$ , adalah penjumlahan dari label  $u$ , label  $v$ , dan label  $uv$ . Nilai tak teratur sisi total dari graf  $G$ , dinotasikan dengan  $tes(G)$ , adalah nilai terkecil dari label terbesar  $k$  sehingga  $G$  memiliki pelabelan- $k$  total tak teratur sisi. Graf *butterfly* adalah graf tak berarah yang dapat digambar pada suatu bidang sedemikian sehingga tidak ada dua sisi yang berpotongan dan memiliki lima titik serta enam sisi. Graf *generalized butterfly*,  $BF_{n,m}$ , untuk  $n$  dan  $m$  adalah banyak titik di masing-masing sayap diperoleh dengan menambahkan titik ke masing-masing sayap dengan  $n \geq m$  sehingga memiliki  $n+m+1$  titik dan  $2(n+m-1)$  sisi. Graf *generalized butterfly* dapat juga memiliki  $t$  titik ujung yang *adjacent* ke titik pusat (*pendant edge*),  $BF_{n,t,m}$ , sehingga memiliki  $n+m+t+1$  titik dan  $2(n+m-1)+t$  sisi. Graf  $BF_{n,t,m}$  untuk  $n = m = 2$  disebut dengan graf *butterfly* dengan  $t$  *pendant edge* di titik pusat dan dinotasikan dengan  $BF_{2,t,2}$ .

Dalam penelitian ini, ditentukan  $tes(G)$  dari graf  $BF_{n,m}$  untuk  $n \geq m$ , graf  $BF_{2,t,2}$  untuk  $1 \leq t \leq 3$ , dan graf  $BF_{n,t,m}$  untuk  $n = 2$ ,  $m \geq n+1$  dan  $n \geq 3$ ,  $m \geq n$  dengan  $1 \leq t \leq m+n-3$ . Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah kajian pustaka.

Hasil penelitian menyatakan bahwa  $tes(G)$  dari graf  $BF_{n,m}$  adalah  $\lceil \frac{2(n+m)}{3} \rceil$  untuk  $n \geq m$ ,  $tes(G)$  dari graf  $BF_{2,t,2}$  untuk  $1 \leq t \leq 3$  adalah  $\lceil \frac{8+t}{3} \rceil$ , dan  $tes(G)$  dari graf  $BF_{n,t,m}$  untuk  $n = 2$ ,  $m \geq n+1$  dan  $n \geq 3$ ,  $m \geq n$  serta  $1 \leq t \leq m+n-3$  adalah  $\lceil \frac{2(n+m)+t}{3} \rceil$ .

**Kata Kunci:** pelabelan- $k$  total, pelabelan- $k$  total tak teratur sisi, nilai tak teratur sisi total, graf *butterfly*, graf *generalized butterfly*

## ABSTRACT

Hafidhyah Dwi Wahyuna, 2018. ON THE TOTAL EDGE IRREGULARITY STRENGTH OF GENERALIZED BUTTERFLY GRAPH WITHOUT OR WITH PENDANT EDGE AT APEX. Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Universitas Sebelas Maret.

Let  $G(V, E)$  be a connected, simple, and undirected graph with vertex set  $V$  and edge set  $E$ . A total  $k$ -labeling is a map that carries vertices and edges of a graph  $G$  into a set of positive integer labels  $\{1, 2, \dots, k\}$ . An edge irregular total  $k$ -labeling  $\lambda : V(G) \cup E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$  of a graph  $G$  is a total  $k$ -labeling such that the weights calculated for all edges are distinct. The weight of an edge  $uv$  in  $G$ , denoted by  $wt(uv)$ , is defined as the sum of the label of  $u$ , the label of  $v$ , and the label of  $uv$ . The total edge irregularity strength of  $G$ , denoted by  $tes(G)$ , is the minimum value of the largest label  $k$  over all such edge irregular total  $k$ -labelings. The butterfly graph is a planar undirected graph with five vertices and six edges. A generalized butterfly graph,  $BF_{n,m}$ , where  $n$  and  $m$  are the number of vertices in each wing obtained by inserting vertices to every wing with  $n \geq m$  then it has  $n + m + 1$  vertices and  $2(n + m - 1)$  edges. It can also has  $t$  pendant edges at the apex,  $BF_{n,t,m}$ , then it has  $n + m + t + 1$  vertices and  $2(n + m - 1) + t$  edges. It called butterfly graph with  $t$  pendant edges at the apex if it has  $n = m = 2$  and denoted by  $BF_{2,t,2}$ .

In this research, we investigate  $tes(G)$  of graph  $BF_{n,m}$  for  $n \geq m$ , graph  $BF_{2,t,2}$  for  $1 \leq t \leq 3$ , and graph  $BF_{n,t,m}$  for  $n = 2$ ,  $m \geq n + 1$  and  $n \geq 3$ ,  $m \geq n$  with  $1 \leq t \leq m + n - 3$ . The method in this research is literature study.

The results of this research are as follows. We obtain  $tes(G)$  of graph  $BF_{n,m}$  is  $\lceil \frac{2(n+m)}{3} \rceil$  for  $n \geq m$ ,  $tes(G)$  of graph  $BF_{2,t,2}$  for  $1 \leq t \leq 3$  is  $\lceil \frac{8+t}{3} \rceil$ , and  $tes(G)$  of graph  $BF_{n,t,m}$  for  $n = 2$ ,  $m \geq n + 1$  and  $n \geq 3$ ,  $m \geq n$  with  $1 \leq t \leq m + n - 3$  is  $\lceil \frac{2(n+m)+t}{3} \rceil$ .

**Keywords :** total  $k$ -labeling, edge irregular total  $k$ -labeling, total edge irregularity strength, butterfly graph, generalized butterfly graph

## KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim,

Puji syukur kepada Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Sholawat serta salam selalu dihaturkan kepada Nabi Muhammad SAW. Penulis menyadari bahwa terwujudnya skripsi ini tidak akan berhasil dengan baik tanpa bantuan dari berbagai pihak. Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada

1. Dr. Dra. Diari Indriati, M.Si. sebagai Pembimbing I dan Titin Sri Martini, S.Si., M.Kom. sebagai Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini, dan
2. keluarga serta teman-teman yang telah membantu dan senantiasa memberikan semangat dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi semua pembaca.

Surakarta, Maret 2018

Penulis



## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL . . . . .	i
PENGESAHAN . . . . .	ii
PERNYATAAN . . . . .	iii
ABSTRAK . . . . .	iv
<i>ABSTRACT</i> . . . . .	v
PERSEMBAHAN . . . . .	vi
MOTO . . . . .	vii
KATA PENGANTAR . . . . .	viii
DAFTAR ISI . . . . .	x
DAFTAR NOTASI . . . . .	xii
DAFTAR GAMBAR . . . . .	xii
<b>I PENDAHULUAN</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Perumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Tujuan . . . . .	3
1.4 Manfaat . . . . .	3
<b>II LANDASAN TEORI</b> . . . . .	<b>4</b>
2.1 Tinjauan Pustaka . . . . .	4
2.2 Teori Penunjang . . . . .	4
2.2.1 Pengertian Dasar Graf . . . . .	5
2.2.2 Kelas-kelas Graf . . . . .	7
2.2.3 Pelabelan Total Tak Teratur Sisi. . . . .	10

2.3 Kerangka Pemikiran . . . . .	13
<b>III METODE PENELITIAN</b>	<b>15</b>
<b>IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	<b>16</b>
4.1 Nilai Tak Teratur Sisi Total dari Graf <i>Generalized Butterfly</i> . . . .	16
4.2 Nilai Tak Teratur Sisi Total dari Graf <i>Butterfly</i> dengan <i>Pendant Edge</i> di Titik Pusat . . . . .	20
4.3 Nilai Tak Teratur Sisi Total dari Graf <i>Generalized Butterfly</i> dengan <i>Pendant Edge</i> di Titik Pusat . . . . .	23
<b>V PENUTUP</b>	<b>29</b>
5.1 Kesimpulan . . . . .	29
5.2 Saran . . . . .	29
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	<b>30</b>