

**ESTIMASI *MEAN* DAN VARIANSI PADA PROSES POISSON TAK  
HOMOGEN MAJEMUK DENGAN INTENSITAS FUNGSI PANGKAT**



Oleh  
**RAHMA INNADIA**  
NIM. M0114040

**SKRIPSI**

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar  
Sarjana Sains Matematika

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS SEBELAS MARET  
SURAKARTA**

**2019**


**ESTIMASI MEAN DAN VARIANSI PADA PROSES POISSON TAK  
HOMOGEN MEJEMUK DENGAN INTENSITAS FUNGSI PANGKAT**

SKRIPSI  
RAHMA INNADIA  
NIM M0114040  
dibimbing oleh

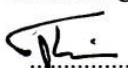

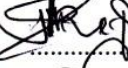

Pembimbing I

Pembimbing II

  
Dra. Respatiwan, M.Si.  
NIP. 19680611 199302 2 001

  
Dr. Drs. Siswanto, M.Si.  
NIP. 19670813 199203 1 002

telah dipertahankan di hadapan Dewan Pengui  
dan dinyatakan telah memenuhi syarat  
pada hari Kamis, tanggal 12 September 2019

Jabatan	Nama dan NIP	Tanda Tangan	Tanggal
Ketua	Titin Sri Martini, S.Si., M.Kom. NIP. 19750120 200812 2 001		16/10/2019
Sekretaris	Drs. Pangadi, M.Si. NIP 19571012 199103 1 001		16/10/2019
Penguji	Dra. Respatiwan, M.Si. NIP. 19680611 199302 2 001		16/10/2019
Penguji	Dr. Drs. Siswanto, M.Si. NIP. 19670813 199203 1 002		16/10/2019

Disahkan  
di Surakarta pada tanggal **21 OCT 2019**  
Kepala Program Studi Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Sebelas Maret Surakarta



Dr. Drs. Siswanto, M.Si.  
NIP. 19670813 199203 1 002

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul “Estimasi *Mean* dan Variansi pada Proses Poisson Tak Homogen Majemuk dengan Intensitas Fungsi Pangkat” belum pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan pada suatu perguruan tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga belum pernah ditulis atau dipublikasikan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Surakarta, Oktober 2019



Rahma Innadia

## RINGKASAN

Rahma Innadia. 2019. ESTIMASI MEAN DAN VARIANSI PROSES POISSON TAK HOMOGEN MAJEMUK DENGAN INTENSITAS FUNGSI PANGKAT. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Sebelas Maret.

Proses Poisson merupakan proses menghitung  $\{N(t), t \geq 0\}$  yang digunakan untuk menentukan jumlah kejadian dalam selang waktu tertentu. Proses Poisson dapat digunakan untuk memodelkan banyaknya peristiwa yang terjadi selama in-terval waktu  $t$ . Proses Poisson  $\{N(t), t \geq 0\}$  disebut proses Poisson tak homogen apabila parameter  $\lambda$  pada sebarang waktu  $t$  merupakan fungsi tak konstan dari  $t$  yaitu  $\lambda(t)$ . Jumlahan dari variabel random yang berdistribusi independen dan identik dengan indeksnya mengikuti proses Poisson merupakan proses Poisson majemuk. Poisson majemuk dapat dinyatakan sebagai  $Y(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i, t \geq 0$  dengan  $\{X_i, i \geq 1\}$  merupakan variabel random independen dan berdistribusi identik.

Pada penelitian ini, fungsi intensitas  $\lambda(t)$  yang digunakan merupakan fungsi pangkat. Proses Poisson tak homogen majemuk dijelaskan dengan menentukan asumsi, variabel, dan fungsi intensitas yang diperlukan. Selain menentukan asumsi, variabel, dan fungsi intensitas, selanjutnya menurunkan ulang sifat-sifat proses Poisson tak homogen majemuk yaitu *mean*, variansi, estimasi *mean*, estimasi variansi serta contoh penerapan dari proses Poisson tak homogen majemuk.

Selanjutnya dibuktikan sifat-sifat proses Poisson tak homogen majemuk, diperoleh *mean* dan variansi proses Poisson tak homogen majemuk dengan intensitas fungsi pangkat secara berurutan adalah  $E(Y(t)) = \left(\frac{a}{b+1} t^{b+1}\right) \mu_1$  dan  $Var(Y(t)) = \left(\frac{a}{b+1} t^{b+1}\right) \mu_2$ . Selain itu, diperoleh estimasi *mean* dan estimasi variansi proses Poisson tak homogen majemuk dengan intensitas fungsi pangkat secara berurutan adalah  $\hat{\psi}_{n,b}(t) = \frac{t^{b+1}}{n^{b+1}} \sum_{i=1}^{N([0,n])} X_i$  dan  $\hat{\vartheta}_{n,b}(t) = \frac{t^{b+1}}{n^{b+1}} \sum_{i=1}^{N([0,n])} X_i^2$ .

## SUMMARY

Rahma Innadia. 2019. ESTIMATING THE MEAN AND VARIANCE FUNCTION OF A COMPOUND NON HOMOGENEOUS POISSON PROCESS HAVING POWER FUNCTION INTENSITY. Faculty of Mathematics and Natural Sciences. Sebelas Maret University.

The Poisson process is a counting process  $\{N(t), t \geq 0\}$  that states the number of occurrences at specific time. The Poisson process can be used to model the number of events that occur during the time interval  $t$ . The Poisson process  $\{N(t), t \geq 0\}$  is called a non homogeneous Poisson process if the rate (parameter)  $\lambda$  in any time  $t$  is a non constant function of  $t$ , that is  $\lambda(t)$ . The sum of a random variable that is independent and identically distributed with its index following a Poisson process is a compound Poisson process. Compound Poisson process can be expressed as  $Y(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i, t \geq 0$  with  $\{X_i, i \geq 1\}$  being an independent and identically distributed random variables.

In this research a power function is used as function of intensity  $\lambda(t)$ . The compound non homogeneous Poisson process is explained by determining the required assumptions, variables and intensity functions. In addition to determining assumptions, variable, and intensity functions, furthermore the properties of a compound non homogeneous Poisson processes, namely the mean, variance, estimation of mean, estimation of variance and application examples of a compound non homogeneous Poisson process.

Furthermore, the properties of the compound non homogeneous Poisson process are shown to be the mean and variance with the intensity of the power functions are  $E(Y(t)) = \left(\frac{a}{b+1} t^{b+1}\right) \mu_1$  and  $Var(Y(t)) = \left(\frac{a}{b+1} t^{b+1}\right) \mu_2$ . In addition, the estimation of mean and estimation of a compound non homogeneous Poisson process variance with the intensity of power functions is  $\hat{\psi}_{n,b}(t) = \frac{t^{b+1}}{n^{b+1}} \sum_{i=1}^{N([0,n])} X_i$  and  $\hat{\vartheta}_{n,b}(t) = \frac{t^{b+1}}{n^{b+1}} \sum_{i=1}^{N([0,n])} X_i^2$ .

## MOTO

*“Maka apabila kamu telah selesai (dari sesuatu urusan), kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan) yang lain”.*

(Qs. al-Insyirah [94]:7)

## PERSEMBAHAN

Karya ini saya persembahkan untuk  
kedua orang tua dan kedua adik saya.

# PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas limpahan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini tidak lepas dari bantuan, dorongan, dan bimbingan berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada

1. Ibu Dra. Respatiwulan, M.Si. sebagai Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan materi, motivasi, dan arahan dalam proses penyelesaian skripsi ini.
2. Bapak Dr. Drs. Siswanto, M.Si. sebagai Pembimbing II yang telah memberikan arahan, saran, dan motivasi selama proses penulisan skripsi, dan
3. seluruh pihak yang telah membantu dalam kelancaran skripsi ini.

Semoga skripsi ini bermanfaat.

Surakarta, Oktober 2019

Penulis



## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
PENGESAHAN.....	ii
PERNYATAAN.....	iii
RINGKASAN.....	iv
SUMMARY.....	v
MOTO.....	vi
PERSEMBAHAN.....	vii
PRAKATA.....	viii
DAFTAR ISI.....	ix
DAFTAR TABEL.....	xi
DAFTAR NOTASI.....	xii
<b>BAB I PENDAHULUAN.....</b>	<b>1</b>
1.1. Latar Belakang Masalah.....	1
1.2. Perumusan Masalah.....	2
1.3. Tujuan.....	2
1.4. Manfaat.....	3
<b>BAB II LANDASAN TEORI.....</b>	<b>4</b>
2.1. Tinjauan Pustaka.....	4
2.2. Teori Penunjang.....	5
2.2.1. Proses Menghitung.....	5
2.2.2. Proses Poisson.....	5
2.2.3. Ekspektasi Variabel Random Diskrit.....	6

2.2.4. Variansi dan Kovariansi Variabel Random Diskrit .....	8
2.3. Kerangka Pemikiran .....	8
<b>BAB III METODE PENELITIAN .....</b>	<b>10</b>
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>11</b>
4.1. Proses Poisson Tak Homogen Majemuk .....	11
4.2. Sifat-sifat Proses Poisson Tak Homogen Majemuk .....	11
4.3. Penerapan Menentukan Ekspektasi Kecelakaan di Perairan dan Pelabuhan Laut Baltik dengan Intensitas Fungsi Pangkat .....	17
<b>BAB V PENUTUP .....</b>	<b>22</b>
5.1. Kesimpulan .....	22
5.2. Saran .....	23
<b>DAFTAR RUJUKAN .....</b>	<b>24</b>

## DAFTAR TABEL

<b>Tabel 4. 1</b> Intensitas kecelakaan di perairan dan pelabuhan Laut Baltik .....	18
<b>Tabel 4. 2</b> Nilai logaritma $X$ dan $Y$ .....	19
<b>Tabel 4. 3</b> Estimasi Parameter .....	20

## DAFTAR NOTASI

$\{X(t), t \geq 0\}$	: proses stokastik
$\{N(t), t \geq 0\}$	: proses Poisson tak homogen
$\{Y(t), t \geq 0\}$	: proses Poisson tak homogen majemuk
$t$	: nilai variabel random yang menyatakan waktu
$\lambda(t)$	: fungsi intensitas proses Poisson tak homogen
$\lambda$	: parameter proses Poisson
$X_i$	: variabel random independen dan berdistribusi identik kejadian ke- $i$
$P(X = x)$	: fungsi massa probabilitas variabel random $X$
$p_{X Y}$	: fungsi massa probabilitas bersyarat untuk variabel random $X$ dan $Y$
$E[X Y = y]$	: ekspektasi bersyarat untuk variabel random $X$ dan $Y$
$N(t)$	: banyaknya kejadian yang terjadi sampai waktu $t$
$N([0, n])$	: banyaknya kejadian yang terjadi selang $[0, n]$
$E[N(t)]$	: <i>mean</i> proses Poisson
$Var[N(t)]$	: variansi proses Poisson
$E(X)$	: ekspektasi variabel random $X$
$Var(X)$	: variansi variabel random $X$
$a$	: kemiringan ( <i>slope</i> ) fungsi pangkat
$b$	: konstanta
$E[Y(t)]$	: ekspektasi variabel random Poisson tak homogen majemuk
$Var[Y(t)]$	: variansi variabel random Poisson tak homogen majemuk
$\hat{\psi}_{n,b}(t)$	: estimasi <i>mean</i> proses Poisson tak homogen majemuk
$\hat{\vartheta}_{n,b}(t)$	: estimasi variansi proses Poisson tak homogen majemuk