

**MODEL EPIDEMI *DISCRETE TIME* MARKOV CHAIN  
(DTMC) *SUSCEPTIBLE INFECTED SUSCEPTIBLE* (SIS)  
SATU PENYAKIT PADA DUA DAERAH**



oleh  
**FIRDAUS FAJAR SAPUTRA**  
M0112034

SKRIPSI

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh  
gelar Sarjana Sains Matematika

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS SEBELAS MARET  
SURAKARTA

2017

**MODEL EPIDEMI *DISCRETE TIME* MARKOV CHAIN  
(DTMC) *SUSCEPTIBLE INFECTED SUSCEPTIBLE* (SIS)  
SATU PENYAKIT PADA DUA DAERAH**



oleh  
**FIRDAUS FAJAR SAPUTRA**  
M0112034

SKRIPSI

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh  
gelar Sarjana Sains Matematika

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS SEBELAS MARET  
SURAKARTA

2017

MODEL EPIDEMI *DISCRETE TIME MARKOV CHAIN (DTMC)*  
*SUSCEPTIBLE INFECTED SUSCEPTIBLE (SIS)*  
SATU PENYAKIT PADA DUA DAERAH

SKRIPSI


FIRDAUS FAJAR SAPUTRA

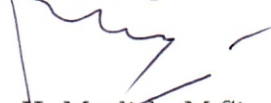
NIM. M0112034

dibimbing oleh

Pembimbing I

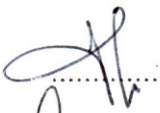
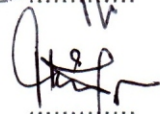
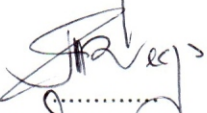

Pembimbing II

  
Dra. Respatiwan, M.Si.  
NIP. 19680611 199302 2 001

  
Drs. H. Muslich, M.Si.  
NIP. 19521118 197903 1 001

telah dipertahankan di hadapan Dewan Penguji  
dan dinyatakan telah memenuhi syarat  
pada hari Jumat, 23 Desember 2016.


Dewan Penguji

Jabatan	Nama dan NIP	Tanda Tangan	Tanggal
Ketua	Dr. Dewi Retno Sari S., S.Si., M.Kom. NIP. 19700720 199702 2 001		23/1/2017
Sekretaris	Dr. Diari Indriati, M.Si. NIP. 19610112 198811 2 001		17/1/2017
Anggota Penguji	Dra. Respatiwan, M.Si. NIP. 19680611 199302 2 001		17/1/2017
Anggota Penguji	Drs. H. Muslich, M.Si. NIP. 19521118 197903 1 001		5/1/2017

Disahkan  
di Surakarta pada tanggal 23 JAN 2017

Kepala Program Studi Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Sebelas Maret



  
Supriyadi Wibowo, S.Si., M.Si.  
NIP. 19681110 199512 1 001

## ABSTRAK

Firdaus Fajar Saputra. 2017. MODEL EPIDEMI DISCRETE TIME MARKOV CHAIN (DTMC) SUSCEPTIBLE INFECTED SUSCEPTIBLE (SIS) SATU PENYAKIT PADA DUA DAERAH. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Sebelas Maret.

Pola penyebaran penyakit dapat dinyatakan dalam model matematis. Pola penyebaran penyakit dengan karakteristik individu yang telah sembuh dapat terinfeksi penyakit kembali karena tidak memiliki sistem kekebalan tubuh permanen dapat dinyatakan dengan model epidemi *susceptible infected susceptible (SIS)*. Model epidemi *SIS* yang banyaknya individu  $S$  dan  $I$  tiap waktu mengikuti proses Markov waktu diskrit dapat digambarkan dengan model epidemi *discrete time Markov chain (DTMC)*. Model epidemi *DTMC SIS* dapat dikembangkan pada satu daerah atau lebih dikarenakan terjadi perpindahan individu dari daerah satu ke daerah lain.

Tujuan penelitian ini adalah mengontruksikan dan menerapkan model epidemi *DTMC SIS* satu penyakit dua daerah pada penyebaran penyakit batuk rejan. Terdapat dua proses dalam model ini yaitu proses infeksi dan proses dispersal. Proses infeksi adalah proses terjadinya kontak antar individu pada daerah yang sama. Proses dispersal adalah proses terjadinya perpindahan individu dari daerah satu ke daerah dua atau sebaliknya. Model epidemi *DTMC SIS* satu penyakit pada dua daerah berupa probabilitas transisi yang menyatakan probabilitas perubahan banyaknya individu pada selang waktu tertentu. Pada penerapan ini diperoleh bahwa pada masing-masing daerah banyaknya individu *susceptible* semakin lama semakin menurun, sedangkan banyaknya individu *infected* semakin lama semakin meningkat.

**Kata kunci** : *model epidemi, DTMC SIS, infeksi, dispersal*

## ABSTRACT

Firdaus Fajar Saputra. 2017. DISCRETE TIME MARKOV CHAIN (DTMC) SUSCEPTIBLE INFECTED SUSCEPTIBLE (SIS) EPIDEMIC MODEL TWO PATCHES. Faculty of Mathematics and Natural Sciences. Sebelas Maret University.

The pattern of disease spread can be represented in mathematics model. The pattern of disease spread with characteristics recovered individuals can be infected more than once is the susceptible infected susceptible (SIS) epidemic model. The model which the number of individuals S and I each time following discrete time Markov process can be represented by discrete time Markov chain (DTMC). DTMC SIS epidemic model can be developed in one or more patch because individual move from one patch to another patch.

The purposes of the research are to construct and to apply DTMC SIS epidemic model one pathogen two patches in spread of pertussis. There are two processes in the model, they are infection process and dispersal process. The infection process is process of contact each individual in the same patch. The dispersal process is process of individual move from one patch to two patches. This model is presented by the transition probabilities. The transition probabilities are probability change the number of individuals at the specified intervals. In this application was obtained that in each patch, the number of susceptible individuals decreases while the number of infected individuals increases. .

**Keywords** : *epidemic model, DTMC SIS, infection, dispersal*

## PERSEMBAHAN

Karya ini dipersembahkan untuk ibu, bapak, dan adik atas segala doa dan semangat yang telah diberikan.



## KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan, dorongan, serta bimbingan berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada

1. Dra. Respatiwulan, M.Si. sebagai Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan dan saran dalam hal penulisan maupun materi selama proses penyusunan skripsi,
2. Drs. H. Muslich, M.Si. sebagai Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan dan saran dalam hal penulisan maupun materi selama proses penyusunan skripsi,
3. Eka Lismawati, Satrio Wicaksono, dan Wisnu Wardana atas diskusi, dukungan, dan saran yang telah diberikan dalam pengerjaan skripsi ini, dan
4. semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini.

Semoga skripsi ini bermanfaat.

Surakarta, Januari 2017

Penulis



## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL . . . . .	i
PENGESAHAN . . . . .	ii
ABSTRAK . . . . .	iii
<i>ABSTRACT</i> . . . . .	iv
PERSEMBAHAN . . . . .	v
KATA PENGANTAR . . . . .	vi
DAFTAR ISI . . . . .	vii
DAFTAR GAMBAR . . . . .	ix
DAFTAR NOTASI . . . . .	x
<b>I PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Perumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Tujuan Penelitian . . . . .	2
1.4 Manfaat Penelitian . . . . .	3
<b>II LANDASAN TEORI</b>	<b>4</b>
2.1 Tinjauan Pustaka . . . . .	4
2.2 Teori Penunjang . . . . .	5
2.2.1 Proses Stokastik . . . . .	5
2.2.2 <i>Discrete Time Markov Chain (DTMC)</i> . . . . .	6
2.2.3 Model Epidemi <i>DTMC SIS</i> Satu Penyakit . . . . .	6
2.3 Kerangka Pemikiran . . . . .	8
<b>III METODE PENELITIAN</b>	<b>9</b>
<b>IV PEMBAHASAN</b>	<b>11</b>
4.1 Konstruksi Model . . . . .	11



4.2 Penerapan Model . . . . .	14
<b>V PENUTUP</b>	<b>18</b>
5.1 Kesimpulan . . . . .	18
5.2 Saran . . . . .	19
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	<b>20</b>



## DAFTAR GAMBAR

4.1 Pola penyebaran $S_1, I_1$ dalam 1000 hari . . . . .	15
4.2 Pola penyebaran $S_2, I_2$ dalam 1000 hari . . . . .	16
4.3 Pola penyebaran (a) $S_1, I_1$ dan (b) $S_2, I_2$ dalam 20 hari . . . . .	16



## DAFTAR NOTASI

$S$	: kelompok individu <i>susceptible</i>
$I$	: kelompok individu <i>infected</i>
$N$	: ukuran total populasi
$N_i$	: ukuran populasi pada daerah ke- $i$ dengan $i = 1, 2$
$S(t)$	: banyaknya individu <i>susceptible</i> pada waktu $t$
$S_d(t)$	: banyaknya individu <i>susceptible</i> pada daerah $d$ saat waktu $t$
$I(t)$	: banyaknya individu <i>infected</i> pada waktu $t$
$I_d(t)$	: banyaknya individu <i>infected</i> pada daerah $d$ saat waktu $t$
$\alpha$	: laju kelahiran dan laju kematian
$\alpha_d$	: laju kelahiran dan laju kematian pada daerah $d$
$\beta$	: laju kontak
$\beta_d$	: laju kontak pada daerah $d$
$\gamma$	: laju penyembuhan penyakit
$\gamma_d$	: laju penyembuhan penyakit pada daerah $d$
$p_d$	: probabilitas perpindahan individu <i>susceptible</i> ke daerah lain
$q_d$	: probabilitas perpindahan individu <i>infected</i> ke daerah lain
$h$	: perubahan banyaknya individu <i>susceptible</i> pada selang waktu $\Delta t$
$j$	: perubahan banyaknya individu <i>infected</i> pada selang waktu $\Delta t$